

JULIO EDUARDO ARCE

**UM SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO
SORTIMENTO FLORESTAL EM FUNÇÃO DA DEMANDA POR
MULTIPRODUTOS E DOS CUSTOS DE TRANSPORTE**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção
do título de Doutor em Ciências Florestais, Curso de
Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de
Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Celso Carnieri

CURITIBA

Maio de 2000

EE-440



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA FLORESTAL

PARECER DE DEFESA DE TESE nº 92

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, reuniram-se para realizar a arguição da Tese de **DOUTORADO**, apresentada pelo candidato **JULIO EDUARDO ARCE**, sob o título "**UM SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL EM FUNÇÃO DA DEMANDA POR MULTIPRODUTOS E DOS CUSTOS DE TRANSPORTE**". para obtenção do grau de **Doutor** em Ciências Florestais, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, Área de Concentração **MANEJO FLORESTAL**.

Após haver analisado o referido trabalho e argüido o candidato são de parecer pela "**APROVAÇÃO**" da Tese.

Curitiba, 12 de maio de 2000.

Prof. Dr. José Roberto Soares Scolforo
Primeiro Examinador
DEPTO ENG. FLORESTAL - UFLA

Pesq. Dr. Edilson Batista de Oliveira
Segundo Examinador
EMBRAPA/CNPFloresta

Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado
Terceiro Examinador
UFPR

Prof. Dr. Carlos Roberto Sanquetta
Quarto Examinador
UFPR

Prof. Dr. Celso Carnieri
Orientador e Presidente da Banca
UFPR

“O teste final de uma teoria é sua capacidade para resolver os problemas que a originaram”

George B. Dantzig, 1963. Linear Programming and Extensions.

Aos meus pais, à minha esposa Verónica, e aos meus filhos Rodrigo, María e Santiago.

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar seu mais profundo agradecimento ao seu orientador, Prof. Dr. Celso Carnieri, não só pelos conhecimentos transmitidos como também pelo apoio constante recebido ao longo do curso e, principalmente, pela sua amizade.

Aos professores Carlos Roberto Sanquetta e Afonso Figueiredo Filho, de maneira muito especial, pela co-orientação deste trabalho, pelas oportunas e meritorias intervenções no decorrer do mesmo, e pelo constante estímulo e apoio durante o curso.

Aos professores dos Cursos de Pós Graduação em Engenharia Florestal e em Métodos Numéricos para Engenharia com os quais o candidato teve a oportunidade de aprender conceitos fundamentais para a conclusão desta tese.

Ao Engenheiro Florestal M.Sc. Romualdo Maestri, por haver facilitado os dados utilizados para testar o sistema de análise, simulação e otimização do sortimento desenvolvido no presente trabalho, e pelas suas valiosas sugestões.

Aos secretários do Curso de Pós Graduação em Engenharia Florestal, Sra. Eliane, Sr. Reinaldo e Sra Eleonor, do Curso de Pós Graduação em Métodos Numéricos para Engenharia, Sra. Maristela, e do Departamento de Ciências Florestais, Sra. Vilma, pela constante e positiva predisposição em todos os trâmites administrativos que realizaram.

Aos bibliotecários do setor de Ciências Agrárias, pela dedicação ao seu trabalho.

À minha esposa Verónica, e aos meus filhos Rodrigo, María e Santiago, pelo total apoio e abnegação expressos durante a realização deste curso.

Em fim, a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

BIOGRAFIA DO AUTOR

Julio Eduardo Arce, filho de Julio Enrique Arce e de Rosemaria Volkmer, nasceu em Bad Tölz, Baviera, Alemanha, a 30 de maio de 1968. Em 1987 iniciou seus estudos de graduação na Universidade Nacional de La Plata (Bs. As.), Argentina, onde se graduou em outubro de 1993 como Engenheiro Florestal. Durante 1994 e 1995 desempenhou-se como engenheiro responsável pelo inventário e manejo de plantios de *Pinus ponderosa* e *P. contorta* var. *latifolia* na Corporação Florestal Neuquina – CORFONE S.A. –. Desde maio de 1995 integra, como ajudante diplomado *ad honorem*, o corpo docente da Cátedra de Silvicultura II da Universidade Nacional de La Plata (Bs. As.), Argentina. Desde fevereiro de 1996 faz parte do Projeto Biometria e Produção Florestal da Estação Experimental Santa Cruz do Instituto Nacional de Tecnologia Agropecuária (INTA), nas Províncias de Santa Cruz e Tierra del Fuego, Argentina. Entre 1996 e 1997 realizou seus estudos de Pós-Graduação ao nível de Mestrado no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná na área de concentração Manejo Florestal. Desde janeiro de 1998 faz parte do corpo docente do Departamento de Ciências Florestais do Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná. Em 1998 iniciou seus estudos de doutorado no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná na área de concentração Manejo Florestal, os quais são concluídos com a defesa desta tese.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	ix
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	6
2 REVISÃO DE LITERATURA	7
3 MATERIAIS E MÉTODOS	20
3.1 MODELOS DENDROMÉTRICOS UTILIZADOS	22
3.1.1 Funções hipsométricas	22
3.1.2 Funções compatíveis de volume e afilamento.....	24
3.2 MÓDULOS DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO.....	26
3.2.1 Módulo Gerador de Padrões de Corte (MGPC).....	26
3.2.1.1 Geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis	27
3.2.1.1.1 Regra 1	29
3.2.1.1.2 Regra 2	35
3.2.1.2 Geração do Padrão de Corte Ótimo (PCO).....	38
3.2.1.2.1 Módulo Gerador dos Números Úteis (MGNU).....	39
3.2.1.2.2 Programação Dinâmica (PD) na geração do Padrão de Corte Ótimo (PCO).....	41
3.2.2 Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS).....	46
3.2.2.1 Variáveis	48
3.2.2.2 Função Objetivo	49
3.2.2.3 Restrições	50
3.2.2.4 Síntese do modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) do MGOS.....	57
3.3 IMPLEMENTAÇÃO INFORMATIZADA DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO	59
3.3.1 Microsoft® Visual Basic®	59
3.3.2 Industrial LINDO/PC®	60
3.4 DADOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO	61
3.5 CENÁRIOS AVALIADOS COM O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO	68
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	71

4.1	SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL SOSFlor	71
4.2	AVALIAÇÃO DE CENÁRIOS ATRAVÉS DO SISTEMA SOSFlor	75
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA SOSFlor NAS ATIVIDADES DE CAMPO DO MANEJO FLORESTAL	88
4.4	VINCULAÇÃO COM OUTROS SISTEMAS DE OTIMIZAÇÃO FLORESTAL DE CURTO E LONGO PRAZO	92
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	96
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
	GLOSSÁRIO	102
	ANEXOS	103
	Anexo A. FUNÇÕES HIPSOMÉTRICAS, DE VOLUME, E DE AFILAMENTO	103
	Anexo B. PROPRIEDADES DO TRIÂNGULO DE PASCAL	107
	Anexo C. PADRÕES DE CORTE GERADOS ATRAVÉS DO MGPC	110
	Anexo D. EXEMPLO DA GERAÇÃO DOS NÚMEROS ÚTEIS	116
	Anexo E. PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA	118
	Anexo F. PROGRAMAÇÃO MULTI-OBJETIVO	122
	Anexo G. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA PARA O INDUSTRIAL LINDO/PC®	123

LISTA DE FIGURAS

1	DIFERENTES VOLUMES E RESÍDUOS IDENTIFICADOS NA ÁRVORE. AS ÁREAS SOMBREADAS REPRESENTAM PERDAS, COMERCIAIS OU NÃO COMERCIAIS.....	21
2	GERAÇÃO EXAUSTIVA DOS PADRÕES DE CORTE FACTÍVEIS. OS CÍRCULOS (●) INDICAM OS CORTES AO LONGO DO FUSTE, E OS LOSANGOS (◆) O CORTE FINAL DE CADA PADRÃO ANALISADO	36
3	CENÁRIOS ANALISADOS ATRAVÉS DO SISTEMA SOSFlor. O CENÁRIO REAL (1) FOI UTILIZADO COMO TESTEMUNHA (100%) PARA A COMPARAÇÃO COM OS TRÊS CENÁRIOS SIMULADOS (2-DEMANDA; 3-OFERTA; 4-MÁXIMO).....	68
4	FLUXOGRAMA DO SISTEMA SOSFlor. OS NÚMEROS EM DESTAQUE (❶, ❷, ..., ❸) SÃO DESCRITOS DETALHADAMENTE NA SEÇÃO 4.1	72
5	COMPARAÇÕES ENTRE VOLUME, RECEITA BRUTA, ÁREA E FREQUÊNCIA, ENTRE O CENÁRIO REAL (1) E OS TRÊS CENÁRIOS SIMULADOS (2 a 4). NOS VALORES DA RECEITA BRUTA ESTÃO DESCONTADOS OS CUSTOS DE TRANSPORTE.....	82
6	SORTIMENTO ÓTIMO SELECIONADO POR TALHÃO NO CENÁRIO 2. CADA UM DOS OITO HISTOGRAMAS VERTICAIS REPRESENTA O PERCENTUAL DE VOLUME COLHIDO CORRESPONDENTE AO PRODUTO INDICADO ABAIXO DO HISTOGRAMA. AS PERCENTAGENS SOMAM 100% NO SENTIDO HORIZONTAL	86

LISTA DE TABELAS

1. PADRÕES POTENCIAIS DE CORTE GERADOS UTILIZANDO A REGRA HEURÍSTICA DO ORDENAMENTO DECRESCENTE DOS PRODUTOS SEGUNDO SUAS DIMENSÕES. OS NÚMEROS DO CORPO DA TABELA INDICAM O TIPO DE PRODUTO QUE SERIA RETIRADO NA TORA AVALIADA.....	34
2. VALORES ÓTIMOS DE $F_s(x)$ OBTIDOS ATRAVÉS DA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA NA GERAÇÃO DO PADRÃO DE CORTE ÓTIMO. x INDICA O COMPRIMENTO ONDE O FUSTE É AVALIADO [m]. s INDICA O PRODUTO (1, 2, 3) CUJA EXTRAÇÃO É AVALIADA EM x	44
3. DESCRIÇÃO DOS PROJETOS E TALHÕES UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL SOSFlor.....	62
4. FREQUÊNCIAS DIAMÉTRICAS DOS TALHÕES UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA SOSFlor.....	63
5. CARACTERÍSTICAS DOS PRODUTOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA SOSFlor. A COLUNA CORRESPONDENTE AO VALOR EXPRESSA OS PREÇOS UNITÁRIOS DA MADEIRA ELABORADA E EMPILHADA NA FLORESTA. O VOLUME COLHIDO NO CENÁRIO REAL FOI OBTIDO A PARTIR DAS CARGAS COM TORAS QUE EFETIVAMENTE FORAM RETIRADAS DOS TALHÕES.....	65
6. MATRIZ DE CUSTOS UNITÁRIOS DE TRANSPORTE ENTRE OS TALHÕES E OS CLIENTES. O NÚMERO DO CLIENTE CORRESPONDE AO NÚMERO DO PRODUTO CONFORME CONSTA NA Tabela 5. O FATOR DE CONVERSÃO UTILIZADO FOI O ADOTADO PELA EMPRESA PARA OS TIPOS DE PRODUTOS AVALIADOS (1 t = 1 m ³ cc).....	67
7. VOLUMES E RECEITAS BRUTAS OBTIDOS POR TIPO DE PRODUTO PARA O CENÁRIO REAL E OS CENÁRIOS SIMULADOS (DEMANDA; OFERTA; MÁXIMO). OS VALORES DO CENÁRIO REAL REPRESENTAM A BASE DE COMPARAÇÃO PARA OS CENÁRIOS SIMULADOS	75
8. GRAU DE UTILIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E ÁREAS DOS TALHÕES AVALIADOS NA SIMULAÇÃO DO CENÁRIO 2. O COMPLEMENTO DOS PERCENTUAIS DE UTILIZAÇÃO REPRESENTA A OCIOSIDADE.	78
9. VOLUMES OBTIDOS POR TIPO DE PRODUTO E TALHÃO ATRAVÉS DO MGOS PARA O CENÁRIO 2	84
10. NÚMERO DE TORAS POR TIPO PRODUTO E TALHÃO OBTIDOS ATRAVÉS DO MGOS PARA O CENÁRIO 2.....	85

RESUMO

Foi desenvolvido um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento ao nível da floresta, levando em consideração a demanda dos clientes e os custos de transporte. Os dados utilizados provêm de plantios de *Pinus taeda* L. localizadas na Região Sul do Brasil. Vários multiprodutos florestais com seus respectivos preços locais de mercado são considerados na modelagem. O sistema é composto por dois módulos principais: o Módulo Gerador dos Padrões de Corte (MGPC) e o Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS). Módulos adicionais para os cálculos de altura, afilamento e volume também fazem parte do sistema. O MGPC gera o Padrão Ótimo de Corte. Ele utiliza um algoritmo heurístico que identifica os cortes potenciais que devem ser avaliados ao longo do fuste, e um algoritmo, baseado na Programação Dinâmica, que determina a combinação ótima de produtos que maximiza a receita do fuste. Adicionalmente são gerados diversos padrões de corte de forma exaustiva. O MGOS, formulado como um problema de Programação Linear Inteira Mista, otimiza a receita bruta descontados os custos de transporte, ao nível da floresta, sujeito a restrições que consideram, para cada talhão, limites para os volumes de madeira, número de multiprodutos diferentes e a demanda. O sistema é utilizado para avaliar um cenário real de médio-prazo, com trinta e dois talhões explorados durante um ano, e oito tipos diferentes de multiprodutos. Outros três cenários são simulados para os mesmos talhões: a) considerando pedidos e comprimentos das toras; b) considerando apenas comprimentos das toras; e c) ignorando pedidos e comprimentos das toras. Para os três cenários simulados são obtidos, respectivamente com respeito ao cenário real, acréscimos na receita de 9%, 34% e 36%. Adicionalmente, o cenário 2 utilizou apenas 87% das árvores disponíveis.

Palavras chave: padrões de corte; multiprodutos; simulação; Programação matemática; heurísticas.

ABSTRACT

A forest-level bucking analysis, simulation and optimization system taking into account customers demand and transportation costs. At present work, a forest-level bucking analysis, simulation and optimization system was developed, taking into consideration customers demand and transportation costs. Data were obtained from *Pinus taeda* L. plantations located in Southern Brazil. Various forest multiproducts with their respective local market prices were considered for modeling. Two main modules compose the system: the Cutting Patterns Generation (CPG) and the Global Bucking Optimization (GBO). Additional modules also integrate the system for height, taper and volume estimations. The CPG generates the Optimum Cutting Patterns. It uses a heuristic algorithm that identifies the potential cuts that have to be evaluated along the stem, and a Dynamic Programming based algorithm to determine the optimum combination of products that maximizes the stem profit. Additionally, various cutting patterns are exhaustively generated. The GBO, formulated as a Mixed Integer Linear Programming problem, optimizes the net revenue at forest-level subject to restrictions that consider, for each stand, limits for timber volumes, number of different multiproducts, and demand. The system was used to evaluate a medium-term forest optimization real scenery, with thirty-two stands harvested during one year and eight different classes of multiproducts. Three other sceneries were simulated on the same stands: a) considering clients demand and log lengths; b) considering log lengths only; and c) ignoring both clients demand and log lengths. Increases in earnings with respect to the real scenery of 9%, 34% and 36% were obtained, respectively, for the three simulated ones. In addition, the scenery 2 used only 87% of the available trees

Key words: cutting patterns; multiproducts; simulation; Mathematical Programming; heuristics.

1 INTRODUÇÃO

As empresas produtoras de matéria-prima florestal possuem, como um dos seus principais objetivos, a obtenção de algum tipo de retorno econômico a partir dos plantios florestais que realizam. Esse retorno econômico procura ser o máximo compatível com as limitações impostas pela qualidade da matéria-prima, preços, mercados, localização geográfica e transporte, dentre diversos outros fatores. Uma característica comum deste tipo de plantios florestais comerciais é que a demanda geralmente se concentra em um determinado tipo de produto para abastecer a uma indústria, como madeira para laminação, serraria, processo (elaboração de pasta celulósica e papel), energia, etc. Porém, em geral as florestas produzem uma variedade bem grande de produtos para os quais nem sempre existe uma demanda localizada de maneira próxima para outorgar algum tipo de valor a estes produtos.

A variedade de multiprodutos produzidos nas florestas depende, principalmente, do regime de manejo ao qual a floresta foi ou está sendo submetida, em particular do tipo de intervenção silvicultural – primeiro desbaste, segundo desbaste, etc., ou corte raso –, e é consequência direta das decisões de médio e longo prazos que os administradores da produção tomaram no passado; enquanto isso, a demanda por um determinado tipo de produto florestal pode mudar bruscamente no tempo, como, por exemplo, através da instalação de uma nova linha de produção para toras de pequenas dimensões na indústria consumidora. A situação descrita é característica das florestas de *Pinus* plantadas na Região Sul do Brasil.

O manejo florestal tem como um de seus objetivos a aplicação de tratamentos silviculturais para o controle da floresta, de tal maneira que o incremento no seu valor econômico e/ou social supere os juros acumulados dos seus custos. Todas as operações de

exploração diminuem o estoque em maior ou menor grau. Uma intensidade de exploração muito traz como consequência final a exaustão do recurso florestal; uma intensidade baixa pode privar a comunidade de recursos imediatos e reduzir o potencial de crescimento futuro da floresta. Somente podem ser tomadas decisões sensatas a respeito da intensidade e momentos de desbastes e colheitas se a resposta das florestas a estas operações for quantificada.

A quantidade e a qualidade de multiprodutos da madeira que potencialmente podem ser retirados de uma floresta comercial dependem, em parte, dos antecedentes de manejo florestal ao qual os talhões que compõem a floresta foram submetidos. Dentre estes antecedentes pode ser mencionada desde a seleção das sementes e mudas utilizadas no plantio dos povoamentos até os tratamentos silviculturais, como podas, desbastes e corte raso, aplicados aos mesmos.

A demanda pelos produtos florestais afeta o valor das florestas de maneira significativa, já que as mesmas somente têm valor econômico se existe uma demanda efetiva pelos produtos que delas podem ser retirados. O transporte, por sua vez, ocasiona uma redução deste valor econômico na medida em que aumenta a distância à qual a madeira deve ser transportada.

Decorrente das estimativas de demandas futuras e dos recursos disponíveis para aplicar nos plantios florestais surge o planejamento florestal de longo prazo, visando apoiar a tomada de decisões no que diz respeito a: o que e onde plantar, quando e quanto desbastar, quando cortar, dentre várias outras decisões de caráter estratégico. A minimização dos custos no setor de produção primária é um objetivo comum nas empresas verticalizadas. Nelas, as receitas a serem maximizadas são aqueles provenientes da venda do produto industrializado; a

madeira entra como matéria-prima, representando junto à colheita e ao transporte, custos no processo de fabricação.

Na hora de tomar decisões, o administrador do recurso florestal se defronta com inúmeras opções que o levam, de maneira não pouco freqüente, a escolher alternativas questionáveis do ponto de vista técnico e econômico. A avaliação prévia do sortimento por classes diamétricas nos plantios florestais permite, em determinadas circunstâncias, planejar os tipos de produtos a serem obtidos de maneira a otimizar o valor econômico da madeira em pé. Todavia, nem sempre esta otimização é correspondida por uma demanda efetiva pelos multiprodutos elaborados segundo este sortimento ótimo. Além de levar em consideração o preço e o estoque potencial em pé de cada produto existente no plantio florestal, na decisão de quais produtos elaborar em cada talhão deve ser atentamente analisada a demanda pelos mesmos, assim como os custos de colheita e de transporte florestal que também afetam o valor da madeira em pé.

Em algumas indústrias, tais como as de papel, vidro, metalúrgica, têxteis, etc., o planejamento da produção se depara freqüentemente com os denominados problemas de corte. Nestas indústrias, a redução dos custos de produção é freqüentemente obtida através da seguinte estratégia: a matéria-prima utilizada é inicialmente produzida em tamanhos grandes padronizados, possivelmente estocada e, somente mais tarde, reduzida a tamanhos menores para então ser utilizada pela indústria, ou para atender demandas externas de tamanhos variados, muitas vezes não padronizados (ARENALES e MORABITO, 1997). Desta maneira, as produções da matéria-prima e dos produtos finais ficam temporariamente desvinculadas, evitando a necessidade de constantes preparações de máquinas, as quais seriam necessárias caso fossem preparadas para os tamanhos dos produtos requisitados.

A estratégia assim descrita gera a necessidade de um estágio adicional de produção, denominado corte ou desdobramento da matéria-prima. As perdas decorrentes destas operações de corte são praticamente inevitáveis, motivando, portanto, o planejamento das mesmas de modo a minimizar os efeitos negativos gerados pelo desperdício sobre os custos de produção.

Sob esta mesma ótica, as florestas comerciais podem ser vistas como fábricas produtoras de grandes peças de matéria-prima – árvores – de dimensões usualmente homogêneas e padronizadas – distribuições diamétricas e hipsométricas – e com uma grande capacidade de estoque. De fato, por ser a árvore fábrica e produto ao mesmo tempo (GREGERSEN e CONTRERAS, 1980), a totalidade da produção da floresta vai sendo estocada nas árvores até o momento da colheita, em que as mesmas devem ser derrubadas e cortadas em peças menores – toras – atendendo aos diversos pedidos realizados pelos clientes.

Embora a experiência adquirida nas empresas florestais seja cada vez maior, a decisão a respeito de quais talhões ou projetos da floresta serão utilizados para a obtenção de determinados produtos, com frequência é tomada por um setor da empresa, enquanto que o planejamento da colheita e do transporte é realizado por outro setor. Porém, a decisão final geralmente é tomada de maneira conjunta por vários departamentos da empresa. A complexidade combinatória dos fatores que afetam estas decisões é um campo propício para o desenvolvimento de sistemas informatizados de análise, simulação e otimização que auxiliem na escolha dos multiprodutos florestais que devem ser obtidos de cada talhão ou projeto florestal. Estes sistemas devem atender os pedidos levando em consideração os custos de transporte de maneira a minimizar, para o conjunto de talhões, o custo da matéria-prima florestal.

Alguns sistemas de inventário florestal e prognose do crescimento e da produção existentes no mercado possuem módulos de sortimento que informam a quantidade de cada tipo de produto que o talhão possui. Mas para tal fim, estes sistemas consideram somente a otimização da floresta em pé – otimização em função da oferta –, uma vez que não dispõem de cadastros de pedidos ou demandas mínimas por tipo de produto.

Dentre estes sistemas podem ser mencionados o sistema de inventário MARVL (*Method for Assessment of Recoverable Volume by Log Types*), desenvolvido na Nova Zelândia a partir do trabalho de DEADMAN e GOULDING (1978), e o SISPINUS (OLIVEIRA, 1995), desenvolvido especificamente pelo EMBRAPA-CNP¹ para plantios de *Pinus* no sul do Brasil, os quais não são alimentados com informações de demanda.

O conceito de que as grandes empresas florestais possuem “poder de mercado”, ou seja, que têm capacidade para direcionar a procura por determinados produtos florestais, se contrapõe com o cenário de competição crescente, decorrente da regionalização ou globalização da economia, em particular da economia florestal. Mas mesmo aceitando que algumas empresas, em função de seus grandes volumes de produção e da relação existente entre o preço da madeira e os custos de transporte, possuem um certo poder de mercado local ou até regional, permitindo-lhes impor determinados produtos aos clientes, é recomendável a utilização de ferramentas de otimização na hora de decidir quais os talhões que serão afetados pelos tratamentos silviculturais previstos no manejo florestal.

Uma exceção ocorre no caso das empresas produtoras de apenas um único produto florestal de dimensões rígidas, uma vez que a colheita de seus talhões consiste em retirar toras desse produto único até onde for possível no fuste de cada árvore. Porém, se houvesse uma pequena tolerância nas dimensões do produto – 10 ou 20 cm no comprimento, por exemplo –

¹ Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – Centro Nacional de Pesquisas de Florestas

a aplicação de sistemas de otimização certamente se tornaria necessária em função das novas e inúmeras opções combinatórias que se apresentam para cada classe diamétrica de cada talhão.

1.1 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho foi tornar mais eficientes e lucrativas as decisões de colheita e transporte através do desenvolvimento, para plantações florestais comerciais em idade de intervenção silvicultural – desbaste ou colheita final –, de um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento em função da demanda por tipo de multiproduto e dos custos de transporte.

A meta decorrente do objetivo principal do trabalho foi calibrar o sistema desenvolvido, utilizando dados reais de inventário de talhões efetivamente colhidos, e os correspondentes registros de volumes retirados e transportados por tipo de produto. A expectativa foi de que os resultados volumétricos e financeiros obtidos a través das simulações superassem os valores reais obtidos na colheita dos talhões avaliados.

Um objetivo implícito deste trabalho foi aplicar técnicas próprias de Pesquisa Operacional para coordenar e tornar mais eficientes, em conjunto, as decisões de sortimento e transporte de multiprodutos florestais, de modo a reduzir o custo da matéria-prima obtida a partir de plantios florestais comerciais. A eficiência aludida é obtida através da 1) Redução dos resíduos comerciais de madeira na floresta, 2) Aumento no valor total da madeira traçada e retirada devido ao sortimento e aos custos do transporte otimizados, 3) Redução dos custos de classificação na floresta devido à simulação e controle dos produtos a retirar por talhão, ou 4) Alguma combinação dos fatores mencionados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Ao planejar as intervenções nos plantios florestais, de modo a produzir um determinado conjunto de multiprodutos florestais, a precisão requerida é geralmente alta. Embora o momento ótimo da colheita nas florestas tenha certa flexibilidade, alguns autores mencionam que essa flexibilidade é unidirecional por ser a árvore *fábrica* e *produto* ao mesmo tempo. A colheita do *produto* destrói a *fábrica*, ocasionando uma restrição ao planejamento da evolução dos estoques florestais em pé (GREGERSEN e CONTRERAS, 1980).

Na administração florestal, os modelos, que são representações abstratas de situações reais (DYKSTRA, 1984), são sumamente úteis para auxiliar na tomada de decisões com conseqüências previsíveis, desde que bem construídos, validados, e aplicados. Durante a Segunda Guerra Mundial, para subsidiar operações militares, surgiram alguns dos primeiros modelos de sistemas e os métodos para resolvê-los (TAHA, 1994; BUONGIORNO e GILLESS, 1987). Nasceu, assim, uma série de conhecimentos chamados freqüentemente de Pesquisa Operacional.

Segundo TAHA (1994), a Pesquisa Operacional visa determinar o melhor curso de ação (ótimo) de um problema de decisão com restrição de recursos limitados. O termo *Pesquisa Operacional* (PO)² está associado, geral e quase exclusivamente, com a aplicação de técnicas matemáticas a problemas de decisão representados e analisados por meio de modelos. Embora os modelos matemáticos representem a base para a Pesquisa Operacional, o cerne consiste mais em resolver um problema do que em construir e resolver modelos matemáticos.

² Ao longo deste capítulo serão utilizadas diversas siglas, cujo significado, além de encontrar-se no corpo de texto na primeira ocorrência de cada uma delas, pode ser encontrado no Glossário da página 102.

s problemas de decisão incluem, com frequência, fatores intangíveis para o planejador, tais como variações ambientais e determinadas condições econômicas de mercado. Para poder representar estes fatores em termos de modelos matemáticos requer-se uma grande habilidade por parte do planejador.

A quantidade de fatores que devem ser considerados no planejamento das atividades florestais torna necessária a aplicação da Pesquisa Operacional quando se pensa em utilizar eficientemente os recursos naturais, humanos e financeiros que anualmente são destinados aos plantios florestais comerciais.

A interação entre capital, recursos naturais e mão-de-obra, visando a produção de matéria-prima florestal, pode, muito genericamente, ser dividida em duas etapas. Estas etapas se caracterizam pela utilização de 1) alguma forma viva do recurso florestal (sementes, mudas, árvores, etc.) e posteriormente pelo uso de apenas 2) produtos florestais sem vida (fustes derrubados, toras, toretes, tábuas, chapas, cavacos, etc.). O ponto comum entre estas duas etapas recebe o nome de colheita ou aproveitamento florestal, e consiste na derrubada de algumas árvores – desbastes – ou de todas elas – corte raso –, as quais geralmente são retiradas, traçadas, transportadas, industrializadas e comercializadas.

Uma árvore, logo após ser derrubada, seja manual ou mecanicamente, deve ser desganhada e traçada, ou seja, cortada em porções menores, as quais recebem o nome de toras. As dimensões – comprimento, diâmetro mínimo na ponta fina, diâmetro médio do lote e eventualmente diâmetro máximo na ponta grossa – e a qualidade destas toras são usualmente definidas pelo cliente. Não é pouco comum observar, nos plantios comerciais de *Pinus* no sul do Brasil, a retirada de toras de 5, 10 e até mais dimensões e/ou qualidades diferentes, a partir de toda a área florestal de uma determinada empresa. Tem-se aqui a situação de um problema

combinatório de corte que, dependendo das condições iniciais da floresta e dos multiprodutos que serão retirados, pode tornar-se muito complexo.

A procura por soluções matemáticas advindas da Pesquisa Operacional para este tipo de problemas de corte foi e continua sendo tão intensa, que a partir dos trabalhos pioneiros de GILMORE e GOMORY (1961, 1963 e 1965) e durante as últimas décadas, pode ser reconhecida uma categoria específica de problemas de otimização denominada Problemas de Corte e Empacotamento (PCE), ou *Cutting Stock Problems*, como são internacionalmente mais conhecidos (WANG, 1983; HAESSLER e SWEENEY, 1991; CARNIERI et al., 1994a; SCHRAGE, 1997). Os trabalhos referentes à utilização de técnicas matemáticas na otimização destes problemas são numerosos e bem variados no que se refere ao material, tipo de corte e ferramentas matemáticas utilizadas. A seguir são dados alguns exemplos da diversidade dos mesmos:

Material:

- Barras e chapas de aço;
- Fios elétricos de cobre e alumínio;
- Pranchas de vidro, isopor, madeira;
- Bobinas de papel, polietileno, aço e tecidos;
- Sarrafos de madeira;
- Tubos de aço e PVC.

Tipo de corte:

- Cortes unidimensionais em vigas, barras, fios, sarrafos, tubos;
- Cortes bidimensionais em chapas ou lâminas de vidro, aço, madeira, e otimização do *layout* gráfico em revistas e jornais;
- Arranjos tridimensionais na carga de containeres, caminhões e barcos e no planejamento de depósitos de armazenagem.

Ferramentas matemáticas:

- Programação Linear com ou sem variáveis inteiras e binárias;
- Programação Dinâmica;
- Algoritmos de Geração de Colunas;
- Otimização em Redes;
- Regras ou métodos heurísticos;
- Sistemas especialistas (*Expert systems*)
- Busca Tabu (*Tabu Search Methods*).

Analisando o corte das árvores em toras de diferentes dimensões como um Problema de Corte e Empacotamento (PCE), percebe-se que, se bem o corte unidimensional representa uma certa simplificação quando comparado aos cortes bi e tridimensionais – as toras são obtidas ao longo do comprimento do fuste uma após a outra –, o diâmetro varia ao longo do fuste. Portanto, a ordem em que as diferentes toras podem ser obtidas deve ser estabelecida com antecedência. É claro que as toras de menores dimensões – processo, energia – devem ser retiradas da porção mais fina do fuste, enquanto que as toras de maiores dimensões – laminação, serraria – devem ser obtidas da porção mais grossa do fuste.

O sortimento florestal, termo utilizado para resumir a avaliação comercial quali-quantitativa da floresta em pé a partir de uma lista de diferentes multiprodutos – toras –, é um dos indicadores diagnóstico na tomada de decisões referentes ao manejo florestal. É sensato supor que nenhuma árvore deveria ser cortada sem antes saber, com um nível adequado de precisão, quantos e quais tipos de produtos poderiam ser obtidos a partir dela. Um raciocínio semelhante pode ser feito para o povoamento e para a floresta inteira.

Voltando ao problema do corte unidimensional, o mesmo pode ser resumido da seguinte maneira:

Suponha que um objeto deva ser cortado ao longo de seu comprimento em itens de comprimentos especificados, e com um valor de utilidade associado a cada um deles. Os itens cujos comprimentos não foram especificados são considerados perdas e têm valores de utilidade nulos. O problema de otimização combinatória a ser resolvido consiste em maximizar o valor de utilidade total.

No caso do sortimento florestal, o objeto é a árvore e os itens são as toras. As árvores são definidas pelo seu comprimento útil e alguma função que descreva a redução diamétrica da base ao topo – função de afilamento –, enquanto que as toras são definidas pelo seu comprimento, diâmetro mínimo na ponta fina e, eventualmente, diâmetro máximo na ponta grossa. Uma prática comum na comercialização das toras é a especificação de um diâmetro

médio do carregamento ou lote de toras, juntamente com o diâmetro mínimo na ponta fina. É diferente, por exemplo, especificar apenas um diâmetro mínimo acima de 26 cm, do que um diâmetro mínimo acima de 26 cm e um diâmetro médio acima de 29 cm. Adicionalmente, no problema do sortimento florestal devem ser rigorosamente controlados os diâmetros ao longo do fuste das árvores de modo a evitar as combinações infactíveis de toras, além de considerar um valor unitário (R\$ / m³) para cada tipo de produto ao invés de um valor de utilidade único por item.

Segundo NEWHAM (1975) podem ser reconhecidos quatro tipos de modelos de planeamento no manejo florestal:

- Modelos detalhados: utilizados para máquinas individuais ou grupos de máquinas;
- Modelos de manejo: destinados ao planeamento da ordem em que os povoamentos serão desbastados, cortados, e ao planeamento da construção de estradas;
- Modelos de operações: têm por objetivo a alocação de máquinas, equipamentos, capacidade de trabalho e recursos de madeira disponíveis de maneira que seja minimizado o custo de fornecimento (abastecimento) no menor tempo possível; e,
- Modelos econométricos: utilizados para projetar o suprimento e a demanda de produtos manufaturados.

Esta classificação dos modelos de planeamento está diretamente relacionada com as decisões a serem tomadas pelos administradores do recurso florestal. Decisões de longo prazo como, por exemplo o planeamento florestal estratégico, são auxiliadas pelos modelos de manejo e pelos modelos econométricos. Um modelo de planeamento de longo prazo utilizando redes de manejo foi desenvolvido por CARNIERI (1989).

Decisões de curto prazo como, por exemplo, a programação da frota de caminhões que realizam o transporte florestal, denominada também agendamento ou calendarização (*scheduling*), são contempladas nos modelos detalhados e nos modelos de operações. Um modelo deste tipo foi desenvolvido por ARCE (1997) para um cenário com cerca de 70

caminhões, 80 pontos de produção de toras (frentes de corte) e 50 clientes, com demandas diferenciadas por multiprodutos. O sistema decorrente do desenvolvimento deste modelo está sendo implementado na atualidade em uma empresa florestal de grande porte localizada no Estado do Paraná, Brasil. Outros modelos de agendamento podem ser encontrados em RÖNNQVIST e RYAN (1997), em WEINTRAUB et al. (1990) e em SCHILKRUT e WURMANN (1993).

Os modelos para a otimização do sortimento, como o desenvolvido no presente trabalho, podem ser considerados como modelos de operações, segundo a classificação de NEWHAM (1975), uma vez que eles tratam diretamente dos recursos florestais disponíveis e do fornecimento dos produtos requeridos pelos clientes. A literatura existente referente aos avanços na área da análise, simulação e otimização do sortimento florestal é vasta e muito completa, tanto no aspecto científico quanto no tecnológico.

MENDOZA e BARE (1986) focalizaram o problema da utilização econômica e eficiente das florestas em empresas integradas de produção e industrialização. Neste caso, dois problemas inter-relacionados podem ser identificados: 1) o problema do corte ótimo das árvores em toras (*log bucking problem*) e 2) o problema da alocação ótima das toras de diferentes produtos (*log allocation problem*) de modo a atender necessidades de abastecimento por parte das indústrias de transformação.

O problema do corte ótimo das árvores em toras pode ser associado à otimização do sortimento em função da oferta, ou seja, dada uma certa árvore, qual é a maneira mais lucrativa de traçá-la de modo a obter toras de produtos pré-estabelecidos. Já o problema da alocação ótima de toras de diferentes produtos pode ser visto como uma otimização em função da demanda. Um dos primeiros estudos examinando estes dois problemas de forma

integrada foi desenvolvido em 1974 por Pnevmticos em sua tese de doutorado³ (MENDOZA e BARE, 1986), a partir do problema do corte ótimo via Programação Dinâmica (PD) desenvolvido por PNEVMATICOS e MANN em 1972. Porém, uma das conclusões deste pesquisador foi a de que a solução obtida não foi ótima, por ter sido selecionado apenas um padrão de corte.

Com o surgimento da Programação Linear (PL) em 1947 (DANTZIG, 1963; ALBERS et al., 1990) e da Programação Dinâmica (PD) em 1957 (BELLMAN e DREYFUS, 1962), as abordagens utilizadas para os problemas de otimização do sortimento tornaram-se cada vez mais variadas. A utilização destas técnicas, próprias da Pesquisa Operacional (PO), teve início alguns anos após seu surgimento.

Uma abordagem florestal da PL pode ser encontrada no trabalho de SMITH e HARRELL (1961). Estes autores consideraram algumas poucas (três ou quatro) alternativas conhecidas para transformar árvores de uma determinada classe de tamanho em toras de dimensões pré-definidas. A partir destas alternativas, dos correspondentes benefícios associados, e de informações sobre a disponibilidade de recursos e mercados, o objetivo foi o de determinar o número de árvores de cada classe a serem traçadas em toras de tamanhos desejados. As limitações desta abordagem são as limitações usuais da PL. Foi assumido, por exemplo, a linearidade de todas as relações. Porém, os custos e receitas não são lineares. Também foram assumidas receitas determinísticas e dimensões conhecidas com certeza ao longo dos fustes, sendo que, tal como sugerido posteriormente em 1972 por PNEVMATICOS e MANN, estas duas suposições provavelmente foram as mais violadas, dada a variabilidade inerente do material. A função objetivo foi também observada em 1985 por ENG e DAELLENBACH, como sendo válida unicamente sob a suposição de condições abertas de

³ Pnevmticos, S.M., 1974. Optimal allocation methods for log production. Ph.D. thesis. Pennsylvania. St. Univ.

mercado, indicando ainda que a abordagem utilizada ignora o efeito das restrições de oferta e demanda no valor interno dos recursos de cada padrão de corte.

Posteriormente, PEARSE e SYDNEYSMITH (1966) desenvolveram um modelo de PL para resolver o denominado problema de alocação de toras: dada a necessidade de abastecimento de toras de produtos heterogêneos, como devem ser traçadas as árvores considerando as diversas alternativas de uso de modo a obter a máxima receita delas? Segundo estes autores, a determinação da alocação ótima de um recurso limitado, considerando diversas atividades interdependentes alternativas com o objetivo de maximizar uma determinada função (lucro ou receita), se adapta muito bem à PL. Porém, a maior dificuldade ao adaptar um problema deste tipo à PL é obter coeficientes tecnológicos significativos. O maior cuidado neste aspecto é enfatizado por PEARSE e SYDNEYSMITH (1966), acrescentando que esforços adicionais neste sentido são mais importantes do que refinamentos adicionais na abordagem matemática.

Segundo PNEVMATICOS e MANN (1972), a PD é um método mais eficiente para o problema do traçamento ótimo de árvores, devido a que ela pode considerar funções tanto lineares quanto não lineares, incorporando elementos determinísticos e probabilísticos, e a solução gerada é apropriada para o conjunto de todas as possíveis condições. Em contraste com a PL, a formulação de problemas segundo PD é mais difícil, pois não existe um algoritmo clássico como o Método Simplex para a PL, e a única semelhança entre todos os problemas formulados segundo PD é um certo tipo de relação de recorrência. Porém, devido às diversas abordagens possíveis para esta equação de recorrência, e ao fato de não existir no mercado programas prontos para sua implementação e execução, qualquer formulação em PD deve ser programada em linguagem de computador para poder ser testada.

Em 1986, ENG et al. caracterizaram o modelo de PD para otimizar o traçamento dos fustes utilizado por PNEVMATICOS e MANN (1972) como um tanto ineficiente, no sentido de que os parâmetros que definem os estágios e os estados são funções simples interdependentes. Efetivamente, em PNEVMATICOS e MANN (1972) os estágios foram definidos como o menor comprimento que uma tora pode atingir, sendo o número máximo de estágios igual ao quociente entre o comprimento da árvore e o menor comprimento das toras. Os estados (comprimento da tora) foram definidos como múltiplos desse menor comprimento das toras utilizado para definir os estágios.

Em contraposição à abordagem de PNEVMATICOS e MANN (1972), o problema de dois estágios PL – PD descrito por ENG et al. (1986) considerou, para o caso da definição dos padrões de corte – PD –, avaliações ao longo dos fustes a determinadas alturas obtidas como múltiplos discretos de algum comprimento base, tal como 0,3 m. Porém, não seria necessário avaliar todos estes múltiplos, mesmo ainda considerando o mínimo comum divisor entre todos os comprimentos dos produtos, já que muitos deles não contribuem efetivamente na geração de alternativas de corte. Esta questão foi ressaltada no trabalho de corte bidimensional de madeira serrada de CARNIERI et al. (1994a), ao propor seu algoritmo heurístico para a geração do conjunto útil de estados. No exemplo utilizado por CARNIERI et al. (1994a), a redução no número de avaliações necessárias foi considerável, caindo de 240 para 41 (redução de 83%). Mas o mérito do trabalho de ENG et al. (1986) consiste no fato de enfatizar a eficiência no sortimento global para os recursos em pé que serão cortados durante um horizonte de planejamento, ao invés de prescrever padrões de corte otimizados para cada talhão ou fuste individual.

Nos trabalhos de SESSIONS (1988) e SESSIONS et al. (1989b) é descrita uma abordagem que considera o fuste como uma rede de arcos, onde o comprimento de cada arco

é o comprimento da possível tora e o valor do arco representa a receita da tora que poderia ser retirada. Em SESSIONS et al. (1989a) são descritos aspectos operacionais da aplicação desta metodologia em campo, através de computador.

O estado atual da arte no que se refere ao problema do sortimento florestal foi recentemente resumido de uma maneira muito clara e didática por LAROZE (1999). Segundo este autor, os problemas de otimização do sortimento surgem ao nível do fuste, do povoamento e da floresta. Ao nível do fuste, o problema consiste em determinar o padrão de corte – sequência de produtos – que maximize o valor do mesmo, dados os preços dos multiprodutos e as limitações de produção. Em ARCE et al. (1999) pode ser encontrado um exemplo da otimização individual do fuste. Ao nível do povoamento, o problema consiste em associar padrões de corte para cada classe de fuste, de modo a maximizar o valor agregado da produção, dadas as restrições de comercialização impostas pelos diferentes mercados e as características intrínsecas do povoamento, principalmente as distribuições de diâmetros, alturas e qualidades. Exemplos das restrições de comercialização são as proporções volumétricas mínima e máxima requeridas para determinados tipos de produtos florestais e o limite inferior para o diâmetro de ponta fina médio das toras. Os mercados podem diferir entre si no tipo de toras que cada um deles aceita e nas suas especificações de comercialização. Ao nível da floresta, o problema consiste em determinar o programa de sortimento a ser aplicado em cada povoamento, dado o objetivo de maximizar globalmente a receita sujeito às restrições de demanda e comercialização dos diferentes mercados, e as características (idade, espécie, densidade, sítio, distribuições diamétrica e hipsométrica) e tamanho (área) dos povoamentos disponíveis para corte. Neste caso, a demanda refere-se ao volume total por tipo de produto florestal demandado pelos clientes de uma determinada região de atuação da empresa.

Uma abordagem utilizando Sistemas Especialistas Probabilísticos (*Expert Systems*) é descrita no trabalho de WEINTRAUB et al. (1990). Os Sistemas Especialistas compõem-se de uma sequência de regras do tipo se-então (*if-then*), geralmente elaboradas por especialistas que conhecem bem a área de aplicação destes sistemas, de modo que possam ser utilizadas por usuários não-especialistas uma vez implementadas em um programa de computador. A aplicação das regras especialistas é muito similar à utilização de heurísticas, e pode ser interpretada como uma forma de implementação das mesmas.

Métodos de Busca Tabu (*Tabu Search Methods*) também foram utilizados para resolver problemas de otimização do sortimento ao nível do povoamento (LAROZE e GREBER, 1997) e da floresta (LAROZE, 1999).

O sistema OPTICORT, desenvolvido pela equipe chilena de pesquisadores liderada pelo professor Weintraub para um grupo de empresas florestais do Chile, é talvez a referência bibliográfica mais recente (EPSTEIN et al., 1999). O OPTICORT faz parte de uma verdadeira malha de sistemas de PO aplicados ao planejamento e desenvolvimento do setor florestal. A malha está formada por um sistema de planejamento florestal de longo prazo (PLANEX), um sistema de otimização do sortimento (OPTICORT), e um sistema de programação do transporte florestal (ASICAM). Em particular, o OPTICORT consiste em um módulo de PL combinado com um algoritmo de geração de colunas. Este algoritmo na verdade é um gerador de padrões de corte tipo “*branch-and-bound*”, acrescentando, a partir da ramificação e avaliação iterativa de uma árvore de alternativas, opções às soluções ótimas encontradas pelo módulo de PL.

O sistema de prognose do crescimento e da produção desenvolvido por OLIVEIRA (1995) para *Pinus taeda* L. constitui um antecedente valioso devido ao fato de haver integrado a projeção das existências florestais com critérios quantitativos para a avaliação técnica e

econômica de regimes de manejo. O SISPINUS – versão 2.0 – (OLIVEIRA, 1995), em associação com os programas PLANIN e REPLAN (OLIVEIRA, 1995), possibilita a configuração de diversos cenários de planejamento da produção florestal, levando em consideração as diferentes finalidades para a produção de madeira e variações nos centros de preços e custos e nas taxas de atratividade.

Na literatura são encontrados ainda trabalhos referidos à otimização conjunta do traçamento das árvores e desdobramento das toras nas serrarias, ou seja, considerando desde a árvore em pé até os produtos serrados com suas bitolas especificamente definidas. Neste caso, a produção primária e a industrialização estão integradas, sendo, portanto, conveniente utilizar este tipo de otimização. É claro que este tipo de pesquisas responde a outros objetivos do que os estabelecidos para o presente trabalho, no qual a empresa detentora das florestas, considerada como exemplo, utiliza apenas um tipo de produto florestal – madeira para elaboração de pasta celulósica e papel –. Os demais produtos são comercializados em um mercado relativamente fragmentado, onde cada cliente praticamente requer determinados tipos exclusivos de toras. No trabalho pioneiro de BORGES (1981) foi desenvolvido, para *Pinus taeda* no Estado do Paraná, Brasil, um programa de computação para o seccionamento do fuste visando obter, de cada árvore, o número máximo de peças serradas com as maiores dimensões. Para tal fim, foram construídas funções de afilamento padrão relativas por classes do fator de forma natural, baseadas na função polinomial de quinto grau. A partir dos mesmos dados utilizados por BORGES em 1981, foram utilizadas curvas de afilamento em séries de quocientes naturais transformados. O objetivo foi o de estimar volumes parciais através da integração, entre os pontos relativos desejados, das equações que descrevem estas séries (JORGE, 1982).

No trabalho de FAALAND e BRIGGS (1984) foi utilizada a PD para resolver o problema do corte ótimo das árvores em produtos serrados terminados. Este problema se caracteriza por duas etapas: o desdobramento da árvore em toras e a subsequente transformação destas toras em produtos como tábuas, sarrafos, e demais peças obtidas no desdobro. Estas duas atividades foram consideradas como um sistema único de produção.

Uma abordagem de subalgoritmos hierárquicos de PD foi utilizada por REINDERS e HENDRIKS (1989) para a conversão ótima de árvores em peças serradas. Esta conversão foi descrita em três níveis: 1) árvores em toras, 2) toras em peças – fatias – obtidas por cortes paralelos realizados nas toras e 3) peças menores obtidas por cortes paralelos entre si e perpendiculares aos cortes anteriores.

Em 1991, MANESS e ADAMS utilizaram um modelo estruturado como um problema de PL. O modelo utilizou estratégias de traçamento de árvores em toras, e de toras em peças serradas, através de um procedimento de resolução de três estágios. O volume dos produtos elaborados foi controlado através de relações preço-volume simulando curvas de demanda.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O material utilizado para ajustar e testar o Sistema de Otimização do Sortimento Florestal (SOSFlor⁴), desenvolvido no presente trabalho, foi constituído por plantios florestais em idade de desbaste ou corte raso e por informações de rendimentos volumétricos, por tipo de multiproduto, obtidos a partir dos mesmos. Os talhões, pertencentes à empresa PISA florestal, localizada no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná, Brasil, foram colhidos no período de julho de 1998 a agosto de 1999. As informações de rendimentos, registradas na empresa por tipo de produto e talhão, foram comparadas com aquelas geradas através do sistema desenvolvido, em três cenários simulados. Uma descrição detalhada dos dados utilizados é apresentada na seção 3.4 (pág. 61), e dos cenários na seção 3.5 (pág. 68).

Ao nível das árvores, inicialmente foram definidos os diferentes volumes e resíduos conforme ilustrado na Figura 1. A partir do volume total, que vai desde a base da árvore até o topo, foram descontados os resíduos não comerciais devidos ao toco e ao diâmetro mínimo de ponta fina para obter o volume útil da árvore. Porém, nem sempre é utilizada a totalidade deste volume útil, já que os produtos possuem características específicas de diâmetros e comprimentos. A eventual diferença entre o volume útil descrito e o volume efetivamente utilizado da árvore é denominada de resíduo útil ou sobra, representando aquela tora que poderia ser utilizada em função do diâmetro do fuste, mas cujo comprimento não coincide com as características dos produtos solicitados. A definição do comprimento útil, ou seja, o comprimento da porção útil ou comercial do fuste, é de extrema importância na geração dos padrões de sortimento.

⁴ Ao longo deste capítulo serão utilizadas diversas siglas, cujo significado, além de encontrar-se no corpo de texto na primeira ocorrência de cada uma delas, pode ser encontrado no Glossário da página 102.

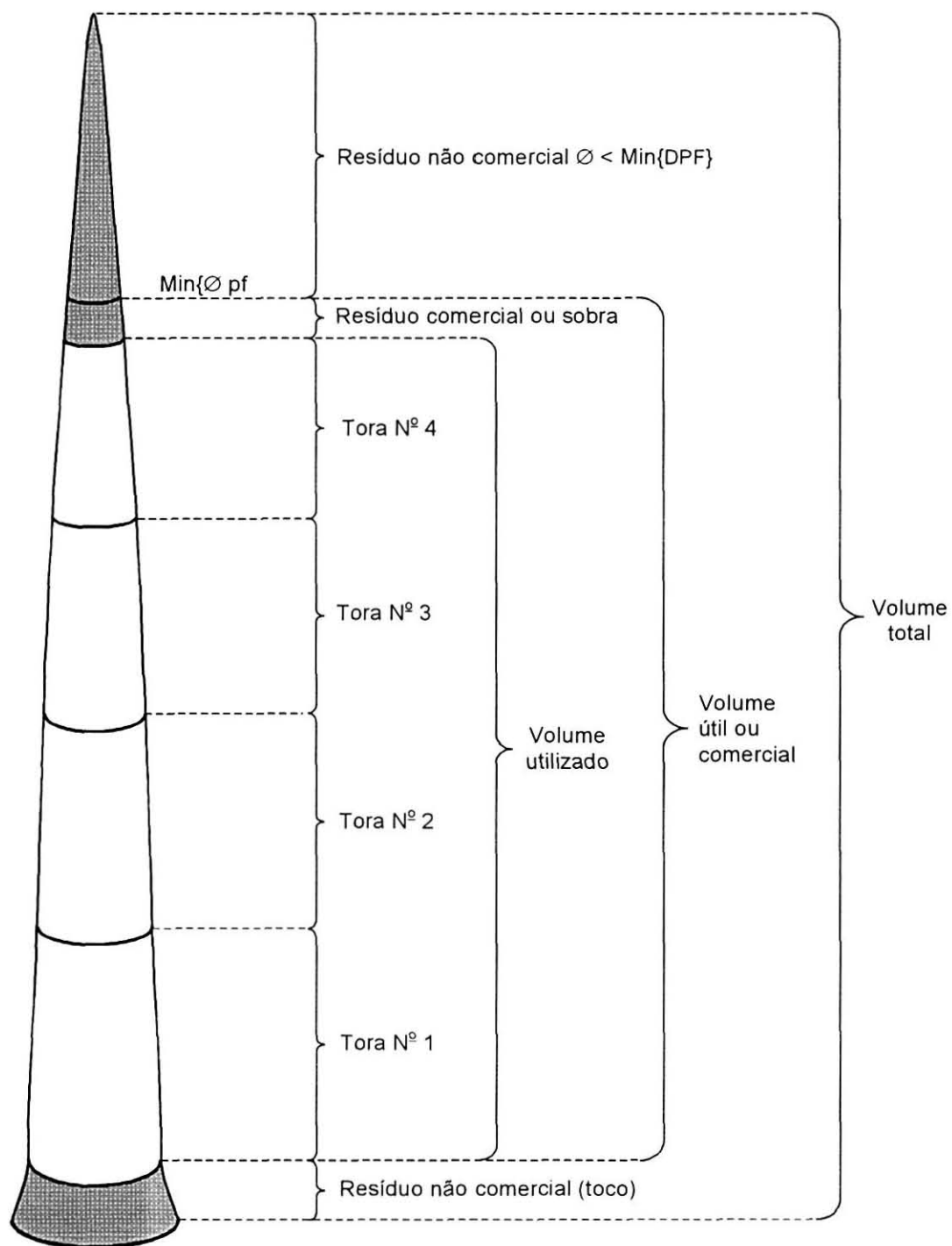


FIGURA 1: DIFERENTES VOLUMES E RESÍDUOS IDENTIFICADOS NA ÁRVORE. AS ÁREAS SOMBREADAS REPRESENTAM PERDAS, COMERCIAIS OU NÃO COMERCIAIS

Inicialmente foi estudada a aplicação de técnicas clássicas de resolução da Pesquisa Operacional a situações parciais do problema real. As técnicas clássicas utilizadas foram a Programação Linear (PL), a Programação Linear Inteira (PLI), a Programação Dinâmica (PD), a otimização em redes, os algoritmos de geração de colunas e alguns algoritmos específicos como os do Problema da Mochila (PM) e dos Problemas de Corte e Empacotamento (PCE). A vantagem que apresentam estas técnicas se deve ao fato de que elas estão bem descritas na literatura e algumas até possuem algoritmos específicos para sua resolução. Adicionalmente foram testados e adaptados alguns algoritmos propostos para PCE nos trabalhos de GILMORE e GOMORY (1961, 1963 e 1965) e de CARNIERI et al. (1994a e 1994b).

A modelagem das relações dendrométricas existentes entre alturas, diâmetros, volumes e o afilamento das árvores não foi necessária em função da existência de modelos já ajustados pela empresa para a totalidade da área de estudo considerada. Todos estes modelos são apresentados a seguir, no corpo do texto; porém, alguns exemplos práticos de sua utilização podem ser encontrados no Anexo A.

3.1 MODELOS DENDROMÉTRICOS UTILIZADOS

3.1.1 Funções hipsométricas

A situação ideal para a implementação de um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento é dispor de informações discriminadas por classes de diâmetros e classes de altura total, uma vez que duas árvores podem ter o mesmo diâmetro e diferir em

suas alturas, e vice-versa. Este tipo de informações não é normalmente coletado nos inventários florestais que as empresas realizam em seus plantios. Contudo, os dados podem ser coletados por classes de diâmetros e altura total especificamente para o desenvolvimento do sistema de análise, simulação e otimização do sortimento. Entretanto, de nada serve ao usuário – produtor florestal, empresa – saber que as árvores de um determinado diâmetro e altura total devem ser traçadas segundo um padrão de corte particular, uma vez que, na prática, os inventários consideram apenas as classes diamétricas, obtendo suas alturas correspondentes através de funções hipsométricas.

A utilização de relações hipsométricas contorna este problema. Entretanto, qualquer modelo que seja acrescentado ao sistema contribui ao erro global do mesmo. Não pode ser ignorado o fato de que próprio inventário florestal, até mesmo discriminando entre classes de diâmetro e altura total, não está isento de erro. Praticamente toda a ciência florestal baseia-se nos fundamentos estatísticos da Teoria da Amostragem, de modo que o problema consiste em saber tratar e interpretar os intervalos de confiança das respostas.

As funções hipsométricas ajustadas pela empresa para os talhões estudados são genericamente apresentadas a seguir. Detalhes dos parâmetros das mesmas podem ser encontrados na seção 3.4, na página 61.

$$h = e^{(a_0 - a_1 \cdot d^{-1})} \quad [1]$$

onde:

h = altura total da árvore da base ao ápice [m];

d = diâmetro a 1,30 m de altura [cm];

e = base dos logaritmos neperianos ($e \cong 2,718281828$);

a_0, a_1 = parâmetros dos modelos ajustados para cada talhão.

A nomenclatura adotada para os símbolos próprios da mensuração florestal segue a proposta realizada pela IUFRO (*International Union of Forestry Research Organizations*) em 1956, conforme FINGER (1988).

3.1.2 Funções compatíveis de volume e afilamento

No que se refere às funções de volume e afilamento, a literatura específica florestal apresenta um grande elenco de opções a serem escolhidas para o ajuste. Porém, como a finalidade do presente trabalho não é o ajuste deste tipo de funções e sim a utilização das mesmas, o sistema de otimização passa a ser apenas um usuário de alguma destas funções, podendo esta função ser alterada a qualquer momento. Em tal sentido, as funções compatíveis de volume e afilamento utilizadas foram fornecidas pela empresa⁵ onde foram coletados os dados e são apresentadas resumidamente a seguir nas equações [2] e [3]. Um exemplo ilustrativo de sua utilização pode ser encontrado no Anexo A.

$$v_{sc} = e^{-11,1107} \cdot d^{1,9616} \cdot \left(\frac{h^2}{h-1,3} \right)^{1,2501} \quad [2]$$

$$d_i^2 = \frac{v_{sc}}{\pi \cdot h} \left(0,8078x - 1,5308x^2 + 27,1857x^3 - 54,0571x^4 + 31,1281x^5 - 9,8762x^{28} + 9,5377x^{34} \right) \quad [3]$$

40.000

onde:

v_{sc} = volume total sem casca da árvore de d e h conhecidos [m³];

d_i = diâmetro do fuste sem casca a uma determinada altura h_i [cm];

x = altura relativa [m], $x = \left[\frac{(h - h_i)}{h} \right]$

⁵ Cortesia do Engº Florestal M.Sc. Romualdo Maestri e da Engª Florestal M.Sc. Denise Jeton Cardoso.

As equações de volume [2] e afilamento [3] apresentadas são compatíveis, uma vez que o volume total sem casca da árvore faz parte da equação de afilamento utilizada para estimar o diâmetro sem casca do fuste a qualquer altura. A partir das equações dadas acima pode ser obtido o volume parcial do fuste entre quaisquer dois pontos ao longo do comprimento do mesmo através da integração numérica em h_i da expressão [3]. Esta integração é apresentada na equação [4].

$$\begin{aligned}
 v_i &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi}{40.000} d_i^2 dh_i = \frac{\pi}{40.000} \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 dh_i = \frac{v_{sc}}{h} \cdot \int_{h_1}^{h_2} \left\{ 0,8078 \frac{(h-h_i)}{h} - 1,5308 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^2 + 27,1857 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^3 \right. \\
 &\quad \left. - 54,0571 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^4 + 31,1281 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^5 - 9,8762 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^8 + 9,5377 \left[\frac{(h-h_i)}{h} \right]^{34} \right\} dh_i = \\
 v_i &= \frac{v_{sc}}{h} \cdot \left[0,8078 \frac{h \cdot h_i - 0,5 h_i^2}{h} + 0,5103 \frac{(h-h_i)^3}{h^2} - 6,7964 \frac{(h-h_i)^4}{h^3} + 10,8114 \frac{(h-h_i)^5}{h^4} - 5,1880 \frac{(h-h_i)^6}{h^5} \right. \\
 &\quad \left. + 0,3406 \frac{(h-h_i)^{29}}{h^{28}} - 0,2725 \frac{(h-h_i)^{35}}{h^{34}} \right]_{h_1}^{h_2} \quad [4]
 \end{aligned}$$

onde:

v_i = volume parcial sem casca da seção – tora – compreendida entre h_1 e h_2 , para a árvore de d , h e v_{sc} conhecidos [m³];

h_1 = altura absoluta do início da seção [m]; e,

h_2 = altura absoluta do final da seção [m].

A expressão [4] é a integral definida da função de afilamento entre os pontos h_1 e h_2 ao longo do fuste da árvore. Se bem que os diâmetros e volumes obtidos através das equações [3] e [4] se referem aos mesmos sem casca, devido ao fato de estarem disponíveis apenas estas funções, a proporção de casca, tanto nos diâmetros quanto nos volumes parciais, foi obtida levando em consideração as percentagens de casca, discriminadas pelo diâmetro na ponta fina das toras, utilizadas para os cálculos atualmente pela empresa. Estes valores de casca serão oportunamente descritos na seção 3.4, e em particular eles constam na Tabela 5 (página 65).

3.2 MÓDULOS DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO

O Sistema de Análise, Simulação e Otimização do Sortimento Florestal desenvolvido no presente trabalho está composto por dois módulos principais: o Módulo Gerador de Padrões de Corte (MGPC) e o Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS). Nas seções seguintes são descritos estes módulos principais. Fazem parte também do sistema alguns módulos complementares com a finalidade de estimar parâmetros dendrométricos – altura, volume, afilamento – (apresentados na seção anterior), gerenciar o intercâmbio de informações e apresentar os resultados.

3.2.1 Módulo Gerador de Padrões de Corte (MGPC)

Um padrão de corte ou padrão de sortimento pode ser definido como uma sequência de produtos – toras – que devem ser obtidos a partir de um determinado fuste. Os produtos podem ser iguais ou diferentes entre si. Por exemplo, a sequência formada por duas toras de laminação, quatro de serraria e três de processo, ou 2L-4S-3P, constitui um padrão de corte. O MGPC tem por finalidade a geração dos padrões de corte para cada uma das classes diamétricas dos talhões em idade de corte considerados na otimização. Para tanto foram consideradas duas opções:

- 1) Geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis e seleção daqueles que efetivamente podem ser aplicados.
- 2) Geração apenas do padrão de corte ótimo, segundo critérios de:
 - a) Maximização da receita bruta dos fustes, descontados os custos de transporte, e;
 - b) Maximização do volume utilizado nos fustes (ou minimização do resíduo útil).

Para a primeira opção – geração exaustiva de todos os padrões factíveis – foi elaborada uma rotina de busca exaustiva, tipo *greedy*⁶, que avalia os fustes a partir da base até o diâmetro mínimo de ponta fina. Para a segunda opção – geração do padrão de corte ótimo – foi desenvolvido um algoritmo baseado na Programação Dinâmica (PD).

3.2.1.1 Geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis

Alguns pacotes computacionais existentes no mercado, além dos módulos de processamento de inventário – MARVL – e/ou prognose do crescimento e da produção – SISPINUS –, estimam os sortimentos previamente definidos. Porém, nestes programas a demanda efetiva pelos diferentes produtos que poderiam ser obtidos no sortimento não é contemplada. Alguns pacotes até permitem alterar ou simular padrões de sortimento direcionados a determinados produtos para um determinado talhão, mas o número de cenários que deveriam ser testados na procura do ótimo global é muito elevado, tornando-os inviáveis para tal finalidade.

Ao otimizar o sortimento levando em consideração a demanda dos clientes e os custos de transporte, devem ser oferecidas várias alternativas de sortimento ao MGOS, mesmo que elas sejam sub-ótimas para uma determinada árvore ou classe em particular, a fim de evitar situações de infactibilidade na demanda pelos multiprodutos. A utilização apenas do padrão de corte ótimo, para cada classe diamétrica e talhão, garante a otimização do sortimento dos talhões em idade de corte em função da oferta, ou seja, ignorando a demanda dos clientes. Estas considerações são amplamente discutidas na análise dos cenários (seção 3.5).

⁶ O termo *greedy* (ávido) é utilizado nas heurísticas para caracterizar os processos de busca nos quais as opções diminuem com o decorrer das iterações. Este é o caso da avaliação dos fustes a partir da base até o topo.

Ao pensar em uma geração exaustiva dos padrões de corte, a primeira impressão é a do colapso combinatório numérico que eventualmente pode acontecer. Se pensarmos, por exemplo, em uma dezena de produtos e em uma árvore grande o suficiente como para conter dez toras de algum deles, é fácil vislumbrar que o arranjo combinatório de opções é de 10^{10} . Mas afortunadamente, nas operações florestais existem certas práticas comuns que permitem a elaboração de regras heurísticas visando a redução deste elevado número potencial de padrões de corte. Dentre estas regras heurísticas podem ser mencionadas:

1. A ordem de aparição dos diferentes produtos no padrão de corte deve ser decrescente em função das dimensões dos produtos, evitando desta maneira a aparição de padrões de corte absurdos como, por exemplo, toras para laminação localizadas no fuste acima das toras para processo.
2. Durante as operações de colheita é realizado um rigoroso controle dimensional nos fustes em função das especificações de comprimentos e diâmetros dos produtos.
3. O número máximo de produtos diferentes que operacionalmente podem ser retirados de um determinado talhão limita a geração daqueles padrões de corte que geram, a partir da mesma árvore, um número maior de produtos diferentes.

O número de opções que potencialmente podem ser geradas é dado pela seguinte fórmula:

$$N_{PC} = L^T \quad [5]$$

onde:

N_{PC} = número potencial de padrões de corte.

L = quantidade de produtos diferentes considerados.

T = número máximo de toras que podem ser retiradas do fuste, em função da altura útil do mesmo e dos comprimentos de cada produto.

Por exemplo, uma árvore com um comprimento útil de 20,40 m que deve ser traçada de modo a obter no máximo 3 produtos diferentes, com comprimentos de $l_1 = 3,50$ m, $l_2 = 2,25$ m, $l_3 = 1,20$ m, permite que sejam retiradas, em função de seu comprimento útil e do menor dos comprimentos dos produtos, no máximo 17 toras ($20,4 \text{ m} / 1,20 \text{ m} = 17$). Segundo a equação [5], o número potencial de padrões de corte N_{PC} a examinar é $3^{17} = 129.140.163$. Contudo, vários destes 129.140.163 padrões são absurdos como, por exemplo, o padrão 1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2, sendo o produto 1 aquele de maiores dimensões e o produto 3 o de menores dimensões. A eliminação destes padrões de corte absurdos pode ser obtida através da utilização de duas regras heurísticas.

3.2.1.1.1 Regra 1

Se for aplicada uma regra heurística de modo a ordenar decrescentemente os produtos segundo suas dimensões (*Regra 1*), o número potencial de padrões de corte pode ser obtido através de números combinatórios, apresentando semelhança com o denominado triângulo de Pascal. Este triângulo é formado pelos números C_n^p (MORGADO et al., 1991). Os números que formam o triângulo são chamados Números Binomiais, Coeficientes Binomiais ou ainda Números Combinatórios. Contando as linhas e colunas do triângulo começando em zero, o elemento da linha n e coluna p é C_n^p .

O triângulo de Pascal possui algumas propriedades que facilitam sua construção. Dentre elas, podem ser mencionadas a Relação de Stifel, a Relação das Combinações Complementares, o Teorema das Linhas, o Teorema das Colunas, e o Teorema das Diagonais. Estas propriedades são descritas com maiores detalhes em MORGADO (1991), e são apresentadas de forma sintética no Anexo B. A seguir é ilustrado o triângulo de Pascal.

$$\begin{array}{cccccccccc}
C_0^0 & & & & & & & & & & 1 \\
C_1^0 & C_1^1 & & & & & & & & & 1 & 1 \\
C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 & & & & & & & & 1 & 2 & 1 \\
C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 & & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4 & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
C_5^0 & C_5^1 & C_5^2 & C_5^3 & C_5^4 & C_5^5 & & & & & \Rightarrow & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
C_6^0 & C_6^1 & C_6^2 & C_6^3 & C_6^4 & C_6^5 & C_6^6 & & & & & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
C_7^0 & C_7^1 & C_7^2 & C_7^3 & C_7^4 & C_7^5 & C_7^6 & C_7^7 & & & & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \\
C_8^0 & C_8^1 & C_8^2 & C_8^3 & C_8^4 & C_8^5 & C_8^6 & C_8^7 & C_8^8 & & & 1 & 8 & 28 & 56 & 70 & 56 & 28 & 8 & 1 \\
\vdots & & & & & & & & & & & \vdots & & & & & & & &
\end{array} \quad [6]$$

A relação entre o triângulo de Pascal e o número potencial de padrões de corte pode ser ilustrada através de um simples exemplo. A partir de uma pequena árvore que dê apenas uma tora ($T = 1$), e de uma lista contendo somente um produto ($L = 1$), é claro que potencialmente poderá ser aplicado somente um padrão de corte ($N_{PC} = 1$). Isto é válido para árvores das quais possam ser obtidas $T = 2, 3, 4, \dots, n$ toras, porque a partir de uma lista contendo apenas um produto ($L = 1$) é simples concluir que apenas um único padrão de corte poderá ser aplicado às árvores. Os números mencionados neste exemplo constituem a primeira coluna do triângulo de Pascal, destacada a seguir. Nesta coluna, apesar de se incrementar o número da linha, os valores são todos unitários decorrentes das combinações C_1^0, C_2^0, C_3^0 , etc.

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Seguindo ainda com o mesmo exemplo da pequena árvore da qual pode ser retirada no máximo uma tora, mas considerando uma lista com $L = 2$ produtos diferentes, sendo L_1 o produto de maiores dimensões e L_2 o produto de menores dimensões, o número potencial de padrões de corte é $N_{PC} = 2$, ou seja, retirar apenas 1 tora do produto 1, ou 1 tora do produto 2. E a partir de uma árvore um pouco maior da qual possam ser retiradas no máximo duas toras, o número potencial de padrões de corte é $N_{PC} = 3$, ou seja, retirar 2 toras do produto 1 (1-1), 1 tora do produto 1 e 1 tora do produto 2 (1-2), ou 2 toras do produto 2 (2-2). Pode-se observar que a opção de retirar primeiro 1 tora do produto 2 e depois 1 tora do produto 1 (2-1) não foi considerada, uma vez que a *Regra 1* ordena os produtos de maneira decrescente segundo suas dimensões. De maneira análoga, a partir de árvores das quais possam ser retiradas no máximo $T = 3, 4, 5$ toras, e assim por diante, o número potencial de padrões de corte é, respectivamente, 4, 5, 6, e assim por diante, conforme indicado na segunda coluna do triângulo de Pascal. Nesta coluna, os valores se incrementam em apenas uma unidade como consequência das combinações C_2^1, C_3^1, C_4^1 , etc.

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Ao analisar o número potencial de padrões de corte com o aumento do número de produtos da lista, para árvores das quais possam ser retirados os mesmos números máximos de toras, percebe-se que o deslocamento ocorre no sentido das colunas, mas devido à distribuição das combinações no triângulo devem ser observadas as diagonais descendentes.

Assim, tem-se que para árvores das quais possa ser retirada apenas uma tora ($T = 1$), o número potencial de padrões de corte é igual ao número de produtos na lista, conforme observado na segunda diagonal descendente do triângulo. A primeira diagonal descendente do triângulo, composta por valores unitários, pode ser interpretada como o número potencial de padrões de corte quando a lista de produtos está vazia. Dito de outra maneira, a única alternativa de corte é justamente não cortar nada.

1												
1	1											
1	2	1										
1	3	3	1									
1	4	6	4	1								
1	5	10	10	5	1							
1	6	15	20	15	6	1						
1	7	21	35	35	21	7	1					
1	8	28	56	70	56	28	8	1				
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		

Analogamente, tem-se que para árvores das quais possam ser retiradas 2 toras, ao aumentar o número de produtos para 2, 3, 4, 5, e assim por diante, o número potencial de padrões de corte é de 3, 6, 10, 15, e assim por diante, conforme indicado na terceira diagonal descendente do triângulo.

1												
1	1											
1	2	1										
1	3	3	1									
1	4	6	4	1								
1	5	10	10	5	1							
1	6	15	20	15	6	1						
1	7	21	35	35	21	7	1					
1	8	28	56	70	56	28	8	1				
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		

Pode ser observada ainda a simetria existente no triângulo no sentido das colunas e das diagonais descendentes, indicando que o número potencial de padrões de corte se incrementa tanto com o tamanho das árvores como com a quantidade de produtos diferentes.

1												
1	1											
1	2	1										
1	3	3	1									
1	4	6	4	1								
1	5	10	10	5	1							
1	6	15	20	15	6	1						
1	7	21	35	35	21	7	1					
1	8	28	56	70	56	28	8	1				
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		

Generalizando, a coluna p do triângulo utilizada para o cálculo do N_{PC} deve ser igual ao número de produtos considerados na lista menos um ($p = L - 1$), uma vez que a numeração das colunas começa em zero. Analogamente, a linha n do triângulo deve ser igual ao número de toras T menos um, acrescido do número de produtos L ($n = L - 1 + T$) para garantir o deslocamento ao longo das diagonais descendentes do triângulo.

Desta maneira, tem-se que o número potencial de padrões de corte pode ser obtido através da seguinte fórmula:

$$N_{PC} = C_{L+T-1}^{L-1} = \frac{(L+T-1)!}{(L-1)![(L+T-1)-(L-1)]!} = \frac{(L+T-1)!}{(L-1)!T!} \quad [7]$$

onde C indica a combinação de $(L+T-1)$ elementos tomados de $(L-1)$ em $(L-1)$. Para o caso do exemplo utilizado com $L = 3$ produtos e uma árvore de 20,40 m de altura útil da qual possam ser retiradas no máximo $T = 17$ toras, tem-se que:

$$N_{PC} = C_{3+17-1}^{3-1} = C_{19}^2 = \frac{(3+17-1)!}{(2-1)!(17)!} = \frac{(19)!}{(2)!(17)!} = 171 \quad [8]$$

A redução que pode ser observada no número potencial de padrões de corte ao aplicar a *Regra 1* é considerável, caindo de 129.140.163 para 171. Os primeiros e últimos 10 padrões (padrões 1-10 e 162-171) deste conjunto de 171 padrões de corte potenciais são apresentados na Tabela 1. No Anexo C é apresentada uma tabela contendo na íntegra os 171 padrões de corte.

TABELA 1: PADRÕES POTENCIAIS DE CORTE GERADOS UTILIZANDO A REGRA HEURÍSTICA DO ORDENAMENTO DECRESCENTE DOS PRODUTOS SEGUNDO SUAS DIMENSÕES. OS NÚMEROS DO CORPO DA TABELA INDICAM O TIPO DE PRODUTO QUE SERIA RETIRADO NA TORA AVALIADA.

Padrão de corte	Número da tora																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3
⋮																	
↓																	
162	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
163	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
164	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
165	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
166	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
167	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
168	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
169	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
170	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
171	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

A infactibilidade de alguns padrões de corte apresentados na Tabela 1 pode ser observada de imediato. O primeiro padrão de corte, seguindo com o exemplo da árvore cujo comprimento útil é de 20,40 m e da qual devem ser obtidos no máximo 3 produtos diferentes ($l_1 = 3,50$ m, $l_2 = 2,25$ m, $l_3 = 1,20$ m), supõe a retirada de 17 toras do produto 1 ($l_1 = 3,50$ m), fato que é impossível uma vez que a altura útil da árvore (20,40 m) é menor do que a soma das toras ($17 \times 3,50$ m = 59,50 m). De fato, apenas um dos 171 padrões potenciais com 17 toras é factível, pois este número foi obtido dividindo o comprimento útil da árvore pelo menor dos comprimentos dos produtos considerados. Porém, certas características dos 171 padrões de corte selecionados através da *Regra 1* podem ser recuperadas aplicando outras regras heurísticas.

3.2.1.1.2 Regra 2

A filtragem posterior aplicada aos padrões de corte deve levar em consideração, necessariamente, os comprimentos e os diâmetros de cada um dos produtos, assim como também contemplar rigorosamente a evolução diamétrica ao longo do fuste através da função de afilamento. Estes conceitos foram resumidos em uma regra heurística visando o controle das dimensões dos produtos e do fuste (*Regra 2*). Neste sentido, por exemplo, do primeiro padrão de corte da Tabela 1 pode ser recuperada a informação de um padrão que contemple apenas o produto 1, mas retirando somente 5 toras, supondo que o diâmetro no fuste aos 17,50 m de altura ($5 \times 3,50 \text{ m} = 17,50 \text{ m}$) ainda fosse maior do que diâmetro na ponta fina do produto 1. Mas ao observar a lista dos 171 padrões na Tabela 1 e no Anexo C percebe-se que os primeiros 91 padrões de corte gerados possuem em comum o fato de que suas primeiras cinco toras são do produto 1, de modo que gerar apenas um destes 91 padrões é suficiente. Situações análogas podem ser observadas para os demais padrões.

Através da *Regra 2* foram encontrados 37 padrões de corte realmente úteis a partir da lista dos 171 padrões já selecionados por meio da *Regra 1*. A geração exaustiva dos padrões de corte através das regras heurísticas descritas – *Regras 1 e 2* – pode ser melhor compreendida através da Figura 2, onde os nós (●) representam os cortes e os arcos vinculam entre si as toras consecutivas retiradas ao longo do fuste da árvore considerada. Ao longo dos arcos da figura devem ser registrados os comprimentos, os volumes cumulativos, as receitas brutas destes volumes, e os diâmetros nos locais onde os cortes indicados pelos nós seriam realizados, até o último corte de cada padrão (◆).

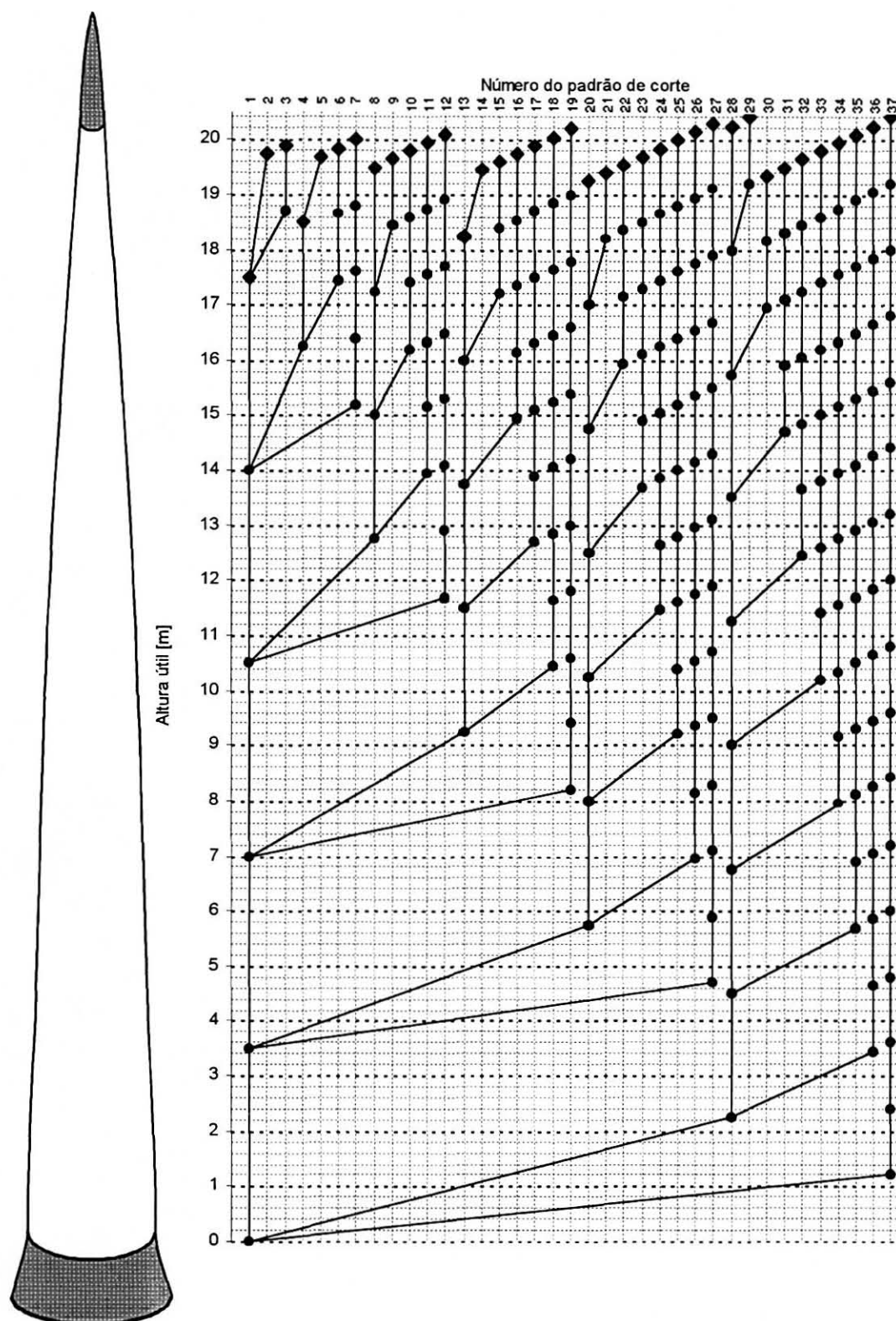


FIGURA 2: GERAÇÃO EXAUSTIVA DOS PADRÕES DE CORTE FACTÍVEIS. OS CÍRCULOS (●) INDICAM OS CORTES AO LONGO DO FUSTE, E OS LOSANGOS (◆) O CORTE FINAL DE CADA PADRÃO ANALISADO

Pode ser observado na Figura 2 que o padrão 2 foi obtido a partir do padrão 1 acrescentando apenas uma tora do produto 2 (ver Anexo C). Situações semelhantes ocorrem entre os padrões 4 e 5, e 13 e 14. De imediato pode ser questionada a utilidade dos padrões 1, 4 e 13, uma vez que os padrões 2, 5 e 14 apenas acrescentam a eles uma tora de outro produto. Mas sua utilidade se baseia no fato de que a tora adicional, que eventualmente poderia estar representando um produto a mais a ser retirado em um determinado talhão, pode excluir este padrão da lista de opções que devem ser examinadas, restando eventualmente opções menos desejáveis para a otimização. Obviamente a receita dos padrões 2, 5 e 14 supera, respectivamente, a receita dos padrões 1, 4 e 13.

Todos os padrões de corte apresentados na Figura 2 são válidos e úteis para as simulações, não sendo necessário comparar as diferentes opções de sortimento entre si. A escolha de quais os padrões de corte a serem utilizados em cada classe diamétrica é feita posteriormente, através do módulo global de otimização do sortimento (MGOS). A finalidade desta geração exaustiva é a de oferecer diversas alternativas para evitar a aparição de infactibilidades devidas a restrições de demanda não atendidas ao considerar unicamente o Padrão de Corte Ótimo (PCO) para cada classe diamétrica. O PCO é considerado apenas como uma alternativa a mais, para cada classe diamétrica. Como será descrito mais adiante, o MGOS, formulado como um problema de Programação Linear Inteira (PLI), possui por função objetivo a maximização global da soma das receitas brutas das árvores de todas as classes diamétricas dos talhões em idade de corte, descontados os custos de transporte.

Na medida em que é construído, para cada talhão e classe diamétrica, o grafo de opções apresentado na Figura 2, são registrados, para cada padrão de corte encontrado, a receita bruta descontados os custos de transporte, os pontos onde serão realizados os cortes ao longo do fuste e as toras e suas correspondentes dimensões – diâmetros nas pontas grossa e

fina, comprimento e volumes com e sem casca – que serão retiradas para cada tipo de produto. Todas estas informações passarão a constituir as colunas da matriz de entrada do Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS), implementado como um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM).

3.2.1.2 Geração do Padrão de Corte Ótimo (PCO)

A utilização individual do padrão de corte ótimo (PCO) para cada classe diamétrica garante, obviamente, a maior receita bruta, descontados os custos de transporte, a partir dos talhões avaliados. Contudo, pode ocorrer que nem todos os volumes gerados para cada tipo de multiproduto, segundo esta otimização, tenham uma demanda efetiva por parte dos clientes. Estes conceitos são explicados mais detalhadamente na seção 3.5, ao descrever os cenários analisados.

O algoritmo utilizado para a geração do PCO baseia-se na Programação Dinâmica e considera os diferentes tipos de multiprodutos florestais como estágios, algumas posições pré-definidas ao longo do comprimento do fuste como estados, e a equação recursiva possui por finalidade a maximização da receita do fuste ou do volume utilizado, sendo que neste último caso é equivalente à minimização do resíduo útil (ver Figura 1, página 21). Inicialmente são definidos, ao longo do fuste, os pontos nos quais serão avaliadas as diferentes estratégias de sortimento. Estes pontos podem ser definidos de três maneiras:

- 1) Avaliando o comprimento do fuste a cada múltiplo do menor comprimento das toras (PNEVMATICOS e MANN, 1972), ou a cada decímetro, centímetro ou até milímetro de sua altura (ENG e DAELLENBACH, 1985; ENG et al., 1986);
- 2) Com base no máximo divisor comum dos comprimentos dos multiprodutos; e,

- 3) Através de um procedimento de geração de números úteis de modo a considerar somente aqueles pontos ao longo do fuste que contribuem efetivamente para a geração de uma nova estratégia de corte (CARNIERI et al., 1994a).

A terceira opção representa uma redução considerável no número de avaliações ao longo do fuste, quando comparada com a segunda alternativa (CARNIERI et al., 1994a). A geração destes números úteis foi programada em um módulo específico, e é descrita na seção seguinte.

3.2.1.2.1 Módulo Gerador dos Números Úteis (MGNU)

O Módulo Gerador dos Números Úteis (MGNU) foi desenvolvido a partir do algoritmo proposto por CARNIERI et al. (1994a) em seu trabalho de otimização do corte bidimensional de chapas de madeira. No referido trabalho não foi considerada a posição do eventual resíduo na peça original, já que as dimensões destas peças – chapas de madeira – são constantes em todo seu comprimento e largura. No caso dos fustes florestais, cujo afilamento é caracterizada por diâmetros decrescentes da base ao topo, a localização do resíduo é fundamental na hora de simular os padrões de corte. Nas operações florestais de campo, o traçamento dos fustes geralmente é realizado a partir da base até o topo. Desta maneira, as porções com comprimentos inadequados, que eventualmente surgirão durante o traçamento, estarão localizadas no extremo mais fino da árvore, caracterizando o denominado resíduo comercial (ver Figura 1). Como consequência deste fato, simplesmente foi alterada a ordem de avaliação dos números úteis ao longo dos fustes.

A seguir é descrito o algoritmo proposto para a geração do conjunto útil de pontos onde serão avaliadas as estratégias de sortimento ao longo do fuste de comprimento L , considerando m produtos de comprimentos diferentes l_1, l_2, \dots, l_m . Inicialmente é obtido o menor dos comprimentos β a partir da lista de diferentes produtos que podem ser retirados, e é definido o primeiro número útil como sendo o início do comprimento útil (*Passo 1*). É conveniente destacar a utilização do comprimento útil do fuste, ou seja, desde a altura do toco até o menor diâmetro na ponta fina, ao invés da altura total. A partir de cada número útil já encontrado devem ser calculados os pontos de corte ao longo do fuste para cada novo produto k extraído dele j toras ($j = 1, 2, \dots$) desde que a porção remanescente do fuste seja suficiente para retirar dele pelo menos uma tora do produto de menor comprimento β (*Passo 2*). Os números úteis assim encontrados – $F^{(k)}$ – são acrescentados à lista já existente – $U^{(k+1)}$ – removendo quaisquer números repetidos ou equivalentes (*Passo 3*). Finalmente, o procedimento é repetido até contemplar o último produto ($k = 1$), concluindo a geração dos números úteis (*Passo 4*), os quais são armazenados em $U^{(1)}$. A seguir é apresentado o pseudocódigo deste algoritmo.

Passo 1. Calcule $\beta = \min\{l_i, i = 1, 2, \dots, m\}$. Defina $U^{(m+1)} = F^{(m+1)} = \{0\}$, e faça $k = m$.
Passo 2. Calcule $F^{(k)} = \{u + j * l_k; u \in U^{(k+1)}, j = 1, 2, \dots, \text{e } L - (u + j * l_k) \geq \beta\}$
Passo 3. Faça $U^{(k)} = F^{(k)} \cup U^{(k+1)}$. Remova quaisquer números equivalentes de $U^{(k)}$.
Passo 4. Se $k > 1$, faça $k \leftarrow k - 1$ e vá para o *Passo 2*. Caso contrário, pare.
 $U^{(1)}$ contém a lista dos números úteis.

A geração dos números úteis é ilustrada através do seguinte exemplo, o qual é apresentado na íntegra no Anexo D. Seja um fuste de altura total $h = 24,15$ m e comprimento útil $L = 20,40$ m, obtido com a eliminação de 0,20 m da base devido ao toco e de 3,55 m do extremo devido à perda por ponta fina. Os $m = 3$ produtos diferentes que devem ser obtidos do talhão em questão, do qual o fuste utilizado como exemplo faz parte, possuem os seguintes comprimentos: $l_1 = 1,20$ m, $l_2 = 2,25$ m, $l_3 = 3,50$ m. Ao realizar uma busca exaustiva a cada 5

cm ao longo do fuste, considerando o mínimo divisor comum dos três comprimentos, surgem $(20,40 / 0,05) = 408$ pontos (0,05; 0,10; 0,15;...; 20,35; 20,40). Através do algoritmo do MGNU foram obtidos 172 pontos (1,20; 2,25; 2,40; 3,45; 3,50; 3,60;...; 20,40), o que representa menos da metade dos pontos a avaliar (42% neste caso). É claro que na busca exaustiva a cada 5 cm poderiam ser desconsiderados os primeiros $(1,20 / 0,05) = 24$ pontos, ou seja, 0,05; 0,10; 0,15;...; 1,05; 1,10; 1,15, que representam cortes retirando seções menores do que o menor dos comprimentos β , mas mesmo assim os 172 pontos avaliados através do MGNU ainda representam menos da metade (45%) destes $(408 - 24) = 384$ pontos.

Durante a geração dos números úteis não é estabelecida a ordem em que as diferentes toras poderiam ser obtidas do fuste; este ordenamento é estabelecido posteriormente, na geração dos padrões de sortimento. Portanto, os diâmetros mínimos em ponta fina não são considerados nesta geração de números úteis, sendo possível e até provável que alguns destes números sejam inviáveis em função dos diâmetros.

3.2.1.2.2 Programação Dinâmica (PD) na geração do Padrão de Corte Ótimo (PCO)

A Programação Dinâmica, também denominada Programação de Múltiplos Estágios, se caracteriza pela avaliação sucessiva da evolução da otimização em etapas ou estágios, através de uma equação recursiva. Em cada um destes estágios são comparadas várias alternativas ou estados, e é guardado somente o valor – “*label*” –do melhor deles. Neste sentido, e seguindo a abordagem proposta por GILMORE e GOMORY (1961) e por CARNIERI et al. (1994a), os diferentes produtos que são considerados na otimização de um determinado fuste ou classe diamétrica representam os estágios do problema de PD, e os

números úteis gerados através do MGNU constituem os estados. A equação recursiva [9] maximiza a receita bruta do fuste, descontados os custos de transporte.

$$\max F_s(x) = \max \{P_s + F_s(x - l_s), F_{s-1}(x)\} \quad s = 2, 3, \dots, m \quad [9]$$

onde:

x = ponto do fuste no qual é feita a avaliação [m];

l_s = comprimento do produto s [m];

P_s = receita bruta, descontados os custos de transporte, da tora do produto s que está sendo avaliada [R\$];

$F_s(x - l_s)$ = receita bruta acumulada da melhor combinação de produtos obtida até o comprimento $(x - l_s)$ utilizando somente os primeiros s produtos [R\$];

$F_s(x)$ = receita bruta acumulada da melhor combinação de produtos obtida até o comprimento x utilizando somente os primeiros s produtos [R\$].

A ordem com que são examinados os diferentes produtos – estágios – na PD é estabelecida arbitrariamente, e não afeta em modo algum a otimalidade do resultado. Além da receita bruta acumulada em cada um dos números úteis, são armazenados outros “*labels*” com a finalidade de controlar o comprimento útil remanescente e o diâmetro do fuste correspondente à altura indicada pelo estado. Desta maneira, e em função dos valores dos “*labels*”, vão sendo eliminadas as opções de sortimento ineficazes durante a evolução da equação recursiva.

A receita bruta da tora P_s , ao invés de ser um valor único por peça – R\$/unidade – como é o caso mais comum nos Problemas de Corte e Empacotamento (PCE), deve ser obtida multiplicando o volume da tora [m³] pelo preço unitário do produto [R\$/m³], sendo para tal fim necessária a utilização de funções florestais de volume e/ou afilamento, descritas na seção 3.1.2. O custo de transportar esta tora até o cliente que a demanda é descontado desta receita, uma vez que é conhecida a localização, tanto do talhão que contém a árvore que está sendo otimizada, como do cliente que requer o produto da tora.

A seguir é dado um exemplo da aplicação da PD na geração do PCO, considerando a mesma árvore da seção 3.2.1.2.1. Seja uma árvore de $d = 32$ cm, $h = 24,15$ m e h_8 de 20,40 m, que deve ser traçada de modo a obter 3 produtos diferentes⁷. Os comprimentos das toras e os preços unitários dos produtos são dados a seguir: $l_1 = 3,50$ m, $l_2 = 2,25$ m, $l_3 = 1,20$ m, $P_1 = 18$ R\$/m³, $P_2 = 12$ R\$/m³, $P_3 = 8$ R\$/m³. Na Tabela 2 são apresentadas todas as avaliações obtidas nos 172 estados – números úteis – de cada um dos três estágios – produtos –.

Os valores do corpo da Tabela 2 indicam a receita, em R\$, obtida a partir da seção compreendida entre a base da árvore e a altura indicada pelo número útil x . Os índices sobrescritos indicam, para cada valor $F_s(x)$, qual é o produto da última tora retirada segundo essa combinação de sortimento; o valor 2, por exemplo, indica que a última tora retirada é do produto 2.

Em um problema de PD a solução ótima geralmente deve ser reconstituída a partir da equação recursiva. Este procedimento é chamado de reconstrução da trajetória, e pode ser visualizado na Tabela 2 através das células sombreadas.

O valor ótimo encontrado aparece na célula localizada no vértice inferior direito, que neste exemplo é de R\$ 12,72. A partir deste vértice, e levando em consideração os “*labels*” próprios da PD, começa a reconstrução da trajetória. O índice sobrescrito que aparece junto a cada valor do corpo da Tabela 2 indica qual o produto retirado na tora que gera o valor em questão. No caso, o “*label*” sobrescrito 2 indica que a última tora retirada do PCO corresponde ao produto 2. Portanto, a célula que segue na reconstrução da trajetória é aquela localizada à esquerda do valor ótimo, correspondente ao produto 2 e ao último número útil.

⁷ Segundo a nomenclatura adotada, h_8 é a altura desde a base até um diâmetro mínimo de 8 cm (h comercial).

TABELA 2: VALORES ÓTIMOS DE $F_s(x)$ OBTIDOS ATRAVÉS DA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA NA GERAÇÃO DO PADRÃO DE CORTE ÓTIMO. x INDICA O COMPRIMENTO ONDE O FUSTE É AVALIADO [m]. s INDICA O PRODUTO (1, 2, 3) CUJA EXTRAÇÃO É AVALIADA EM x .

x	s			x	s			x	s			x	s		
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3
1,20	0,00	0,00	0,69 ³	10,40	7,09 ¹	8,13 ²	8,13	14,00	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	16,80	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
2,25	0,00	1,83 ²	1,83 ²	10,45	7,09 ¹	8,13 ²	8,43 ³	14,05	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	16,95	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
2,40	0,00	1,83 ²	1,83 ²	10,50	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,10	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,00	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
3,45	0,00	1,83 ²	2,32 ³	10,55	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,15	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,10	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
3,50	4,10 ¹	4,10 ¹	4,10 ¹	10,60	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,20	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,15	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
3,60	4,10 ¹	4,10 ¹	4,10 ¹	10,65	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,25	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,20	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
4,50	4,10 ¹	4,10 ¹	4,10 ¹	10,70	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,30	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,25	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
4,65	4,10 ¹	4,10 ¹	4,10 ¹	10,80	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,40	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,30	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
4,70	4,10 ¹	4,10 ¹	4,10 ¹	11,25	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,70	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,35	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
4,80	4,10 ¹	4,10 ¹	4,54 ³	11,40	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,75	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,40	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²
5,70	4,10 ¹	4,10 ¹	4,54 ³	11,45	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,85	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,45	11,36 ¹	11,89 ²	12,01 ³
5,75	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,50	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,90	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,50	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
5,85	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,55	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	14,95	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,55	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
5,90	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,60	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	15,00	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,60	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
6,00	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,65	9,51 ¹	9,51 ¹	9,51 ¹	15,05	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,65	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
6,75	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,70	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,10	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,70	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
6,90	4,10 ¹	5,39 ²	5,39 ²	11,75	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,15	11,36 ¹	11,36 ¹	11,36 ¹	17,75	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
6,95	4,10 ¹	5,39 ²	5,76 ³	11,80	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,20	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	17,80	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
7,00	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	11,85	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,25	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	17,85	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
7,05	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	11,90	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,30	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	17,90	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
7,10	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,00	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,35	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,00	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
7,20	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,45	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,40	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,15	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
7,95	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,50	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,45	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,20	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,00	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,60	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,50	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,25	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,10	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,65	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,60	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,30	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,15	7,09 ¹	7,09 ¹	7,09 ¹	12,70	9,51 ¹	9,51 ¹	9,78 ³	15,75	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,35	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,20	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	12,75	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	15,90	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,40	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,25	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	12,80	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	15,95	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,45	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,30	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	12,85	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,00	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,50	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
8,40	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	12,90	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,05	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,55	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
9,00	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	12,95	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,10	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,60	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
9,15	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	13,00	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,15	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,65	12,49 ¹	12,49 ¹	12,49 ¹
9,20	7,09 ¹	7,09 ¹	7,43 ³	13,05	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,20	11,36 ¹	11,36 ¹	11,55 ³	18,70	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,25	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,10	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,25	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	18,75	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,30	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,20	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,30	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	18,80	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,35	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,50	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,35	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	18,85	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,40	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,65	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,40	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	18,90	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,45	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,70	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,45	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	18,95	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,50	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,75	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,50	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	19,00	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
9,60	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,80	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,55	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	19,05	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
10,20	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,85	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,60	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	19,10	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
10,25	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,90	9,51 ¹	10,33 ²	10,33 ²	16,65	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	19,20	12,49 ¹	12,49 ¹	12,58 ³
10,35	7,09 ¹	8,13 ²	8,13 ²	13,95	9,51 ¹	10,33 ²	10,55 ³	16,70	11,36 ¹	11,89 ²	11,89 ²	20,40	12,49 ¹	12,72 ²	12,72 ²

Equivalência monetária de 1 USD = 1,81 R\$, em 5/5/2000

Outros “labels” da PD, que não aparecem na Tabela 2 por uma questão de espaço, controlam o comprimento útil residual e o diâmetro do fuste para cada corte possível durante a geração do PCO. Neste exemplo, o valor do “label” do comprimento útil residual correspondente à célula do valor ótimo indica que os últimos 0,65 m úteis da árvore analisada não serão aproveitados, devido a que até o menor dos comprimentos ($l_3 = 1,20$ m) é maior do

que este resíduo. Em outras palavras, a destopa da árvore deverá ocorrer aos 19,75 m (20,40 m – 0,65 m). Porém, a opção de realizar um corte aos 19,75 m não consta na lista de números úteis. É conveniente ressaltar que a geração dos números úteis somente considera como válidos aqueles cortes onde o comprimento residual permite retirar pelo menos mais uma tora do menor dos comprimentos cadastrados, conforme a expressão $L - (u + j * l_k) \geq \beta$, indicada no *Passo 2* do pseudocódigo. Portanto, na reconstrução da trajetória é sombreada a célula correspondente ao produto 2 no último número útil.

A seguir é localizada a célula correspondente ao comprimento 17,50 m, subtraindo o comprimento residual e o comprimento l_2 da última tora retirada ao comprimento útil total; $20,40 - (0,65 \text{ m} + 2,25 \text{ m}) = 17,50$. Nesta célula se encontra o valor de 12,49, indicando que a receita acumulada da árvore até os 17,50 m é de R\$ 12,49. Associado a esta receita aparece o “*label*” sobrescrito 1, indicando que a tora retirada neste corte é do produto 1. Desta maneira é localizada a próxima célula da reconstrução da trajetória aos 17,50 m e na coluna correspondente ao produto 1, à esquerda da última célula encontrada.

Na sequência, e mantendo sempre o produto 1 com o comprimento $l_1 = 3,50$ m, são localizadas as células nos comprimentos de 14,00 m (17,50 m – 3,50 m), 10,50 m (14,00 m – 3,50 m), 7,00 m (10,50 m – 3,50 m) e finalmente 3,50 m (7,00 m – 3,50 m).

Em resumo, da reconstrução da trajetória obtém-se o PCO para a árvore do exemplo, o qual consiste em retirar 5 toras do produto 1 e uma tora do produto 2. O comprimento total retirado é de 19,75 m ($5 \times 3,50 \text{ m} + 1 \times 2,25 \text{ m} = 19,75 \text{ m}$), sendo que os últimos 0,65 m ($20,40 \text{ m} - 19,75 \text{ m} = 0,65 \text{ m}$) representam um resíduo comercial que não é possível utilizar (sobra). Desta maneira, uma árvore com $d = 32$ cm, $h = 24,15$ m e comprimento útil de 20,40 m gera uma receita bruta de R\$ 12,72. Este valor, uma vez descontado o custo de transporte em função da(s) distância(s) ao(s) cliente(s) que demanda(m) as toras geradas no PCO, foi a

receita bruta utilizada no cálculo do cenário de otimização em função da oferta (cenário 3), detalhado na seção 3.5

3.2.2 Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS)

O módulo global de otimização do sortimento (MGOS) tem por finalidade a seleção, para cada talhão em idade de corte e cada classe diamétrica nele contida, do(s) padrão(ões) de corte a ser(em) aplicado(s) de modo a satisfazer o objetivo da empresa de forma ótima. O MGOS foi formulado baseado na Programação Linear Inteira (PLI), que é uma ferramenta matemática amplamente difundida e utilizada nos problemas de otimização florestal.

A PLI constitui um caso particular da PL, onde por questões práticas algumas ou todas as variáveis devem ter respostas ótimas com valores inteiros (ZIONTS, 1974). A decisão de adquirir novos equipamentos para a colheita (*harvesters*, *skidders*, *forwarders*) exige uma resposta com valores inteiros. Em outras palavras, na prática não é possível comprar 1,23 *skidders*, ou 2,7 *harvesters*. É claro que alguns destes valores poderiam ser arredondados, mas isto somente é útil quando os valores inteiros são numericamente grandes. O valor não-inteiro de 1.215,15 pares de luvas, por exemplo, pode ser arredondado para o inteiro mais próximo sem maiores inconvenientes (1.215 pares de luvas). Porém, como é mostrado no exemplo do Anexo E, a solução inteira obtida por arredondamento dos valores contínuos pode não ser a verdadeira solução ótima inteira.

Existem ainda casos onde algumas variáveis devem ser binárias, ou seja do tipo 0/1, Sim/Não, etc. Este é o caso da construção ou não de uma nova planta fabril para uma determinada indústria. Obviamente não poderá ser construída 0,527 da nova planta, e deverão ser examinadas as duas opções de forma separada: 1) resolver o mesmo problema de PL

forçando a variável binária ao valor zero (não construir a nova planta), e 2) repetir o procedimento forçando a variável ao valor um (construir a nova planta). Neste sentido, as variáveis binárias y_{il} utilizadas no presente trabalho (ver seção 3.2.2.1) indicam se um determinado produto l deverá ou não ser retirado do talhão i . Obviamente estas variáveis podem assumir apenas os valores 0 e 1, uma vez que representam a decisão de retirar ou não o produto l do talhão i .

Uma vez que a busca exaustiva para encontrar a solução ótima inteira de problemas de PLI pode tornar-se até impraticável do ponto de vista computacional, diversos algoritmos foram propostos para resolver este tipo de problemas. Os algoritmos de corte de Gomory (ZIONTS, 1974) são exemplos destes métodos. LAND e DOIG (1960) utilizaram um princípio de “*branch-and-bound*” (ramificar e limitar), elegante na sua simplicidade, que baseado no algoritmo Simplex de PL é capaz de resolver os problemas de PLI como os de PLIM (Programação Linear Inteira Mista). Maiores detalhes da PLI bem como um exemplo numérico ilustrativo de sua resolução através do algoritmo “*branch-and-bound*” são apresentados no Anexo E.

Todo problema de PL compõe-se de uma função objetivo, formada por um vetor de custos (**c**), e por um conjunto de restrições, formado por uma matriz de coeficientes tecnológicos (**A**) e um vetor de demandas (**b**). Nos seguintes itens são detalhadamente descritas as variáveis, a função objetivo e as restrições do MGOS. Ao final desta descrição é mostrado o modelo do MGOS em um quadro resumo (seção 3.2.2.4).

A notação adotada para a formulação do MGOS utilizou letras minúsculas para representar os índices das variáveis: i para talhões, j para classes diamétricas, k para padrões de corte, l para tipos de produtos florestais. As letras maiúsculas utilizadas – I, J, K, L – correspondem, respectivamente, ao valor máximo de cada um dos índices i, j, k, l .

3.2.2.1 Variáveis

A definição das variáveis capazes de transformar os diversos parâmetros qualitativos dos problemas da vida real em expressões matemáticas é uma das etapas mais importantes e difíceis de resolver por parte de modelador. É justamente nesta fase que a modelagem através da PL recebe a clássica definição da “... ciência e arte de resolver...” (TAHA, 1994). Para o caso do MGOS foram consideradas variáveis de dois tipos:

x_{ijk} = número de árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k .

y_{il} = 1 se o produto l é cortado no talhão i ; 0 se não.

A variável x_{ijk} por natureza é inteira, mas o critério de integridade pode ser relaxado dado que, na maioria das aplicações práticas, o número de árvores por classe diamétrica em um talhão é geralmente grande e, conseqüentemente, os erros por arredondamento podem ser desprezados (ENG et al., 1986). Adicionalmente, é coerente assumir frequências inteiras apenas nas parcelas utilizadas no inventário das existências. Quando estas frequências são extrapoladas para a totalidade da área de análise são utilizados usualmente valores fracionários. Desta maneira, a variável x_{ijk} foi considerada como variável contínua.

As variáveis binárias y_{il} , que indicam se um determinado produto l é obtido no talhão i , foram consideradas no MGOS por questões principalmente operacionais referentes ao número máximo de produtos que usualmente são retirados de cada um dos talhões. Resulta fácil entender que elaborar, identificar, classificar e transportar uma dezena ou mais tipos diferentes de produtos florestais a partir da mesma frente de corte em um determinado talhão pode gerar transtornos operacionais, os quais inexoravelmente se transformarão em custos

adicionais. Todas estas questões práticas foram incorporadas ao MGOS na maneira de restrições, e para tal fim foram utilizadas as variáveis binárias y_{ij} .

3.2.2.2 Função Objetivo

O sistema de otimização do sortimento possui o objetivo principal de aumentar a eficiência das operações de sortimento e transporte florestal. Este ganho de eficiência pode ser obtido de diversas maneiras: 1) uma redução dos resíduos de madeira na floresta, 2) um aumento do volume aproveitado devido ao sortimento otimizado, 3) uma redução dos custos de classificação na floresta devido a uma diferenciação mais operacional dos produtos florestais a serem elaborados, ou 4) alguma combinação dos fatores mencionados. A seguinte equação [10] visa a maximização da receita bruta descontados os custos de transporte:

$$\max Z = \sum_i \sum_j \sum_k (R_{ijk} \cdot x_{ijk}) \quad [10]$$

onde R_{ijk} é a receita bruta das árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k , descontados os custos de transporte.

De maneira análoga, podem ser consideradas outras expressões para a função objetivo. A equação [11], por exemplo, corresponde ao objetivo de minimização dos resíduos remanescentes na floresta.

$$\min Z = \sum_i \sum_j \sum_k (Res_{ijk} \cdot x_{ijk}) \quad [11]$$

onde Res_{ijk} é o resíduo volumétrico das árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k .

A receita da função objetivo [10] é a receita bruta, ou seja a soma dos volumes de cada tora multiplicados pelo preço correspondente ao produto em questão, descontando os custos

de transporte individuais de cada tora retirada da árvore do talhão i , classe j , traçada segundo o padrão k . O custo de transporte de cada uma destas toras foi obtido a partir do custo unitário de transporte por m^3 [R\$/ m^3], calculado em função do percurso entre o talhão e o cliente que demanda a tora, e o volume da mesma [m^3]. A relação entre clientes e produtos é simples, uma vez que no caso analisado praticamente cada cliente define seu produto. Desta maneira, o coeficiente R_{ijk} da função objetivo representa a receita bruta de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçada segundo o padrão de corte k , descontando apenas os custos de transporte para cada produto l desde o talhão i até o cliente que o demanda. Em síntese, a receita R_{ijk} foi obtida como a soma dos volumes v_{ijkl} (volume do produto l obtido de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçada segundo o padrão de corte k) multiplicados pelos seus preços, descontados os custos de transporte.

A função objetivo deve refletir diretamente o critério de otimização adotado, sendo que para o caso de se querer otimizar mais do que um critério simultaneamente é recomendada a utilização a programação multi-objetivo, descrita brevemente no Anexo F.

3.2.2.3 Restrições

As restrições utilizadas em qualquer modelo de otimização via PL visam adequar a solução à disponibilidade dos diversos fatores que o planejador deve contemplar. Nos problemas de planejamento florestal são clássicas as restrições do estoque de existências (área e/ou volume), da demanda mínima a ser satisfeita por tipo de produto, dentre outras. Adicionalmente, cada cenário particular de planejamento no âmbito florestal exige certas restrições, cuja detecção e posterior formulação dependem quase exclusivamente da habilidade do planejador.

O primeiro grupo de restrições considerado no MGOS refere-se ao estoque existente para a otimização do sortimento, levando em consideração a frequência por classe diamétrica dos talhões em idade de corte ou desbaste que foram selecionados para fornecer madeira. A seleção destes talhões é inerente ao planejamento estratégico da empresa, e foge do escopo do sistema de análise, simulação e otimização do sortimento considerado neste trabalho. Porém, o sistema SOSFlor pode ser integrado a outros sistemas de planejamento florestal de longo prazo. Estas restrições são resumidas na equação [12].

$$\sum_k x_{ijk} \leq n_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad [12]$$

onde n_{ij} é o número de árvores (frequência) do talhão i , classe diamétrica j .

A restrição [12] é uma restrição de inventário, pois leva em consideração, para cada talhão em idade de corte analisado, o número de árvores existentes por classe diamétrica.

Um grupo de restrições que deriva automaticamente das restrições de existências descritas acima é formado pela condição de equilíbrio entre a utilização das classes diamétricas sucessivas no mesmo talhão. Esta condição torna-se necessária uma vez que o MGOS considera um detalhamento ao nível de árvores e, portanto, o modelo deve ser alimentado com informações que dizem respeito de como essas árvores se agrupam em talhões. Em outras palavras, caso não seja necessário cortar um determinado talhão na sua totalidade, o sistema SOSFlor deve ser capaz de utilizar cada classe diamétrica de forma proporcional à sua frequência no inventário de campo, que é o que ocorre na realidade, supondo, é claro, que a distribuição espacial das árvores das diferentes classes diamétricas que compõem os talhões seja aleatória. Isto pode ser escrito como o grupo de equações [13] abaixo:

$$\left(1/n_{ij}\right) \cdot \sum_k x_{ijk} = \left(1/n_{ir}\right) \cdot \sum_k x_{irk} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad [13]$$

A condição de equilíbrio expressa no conjunto de restrições [13] pode ser formulada de diversas maneiras. Neste caso foi comparado o número de árvores das classes diamétricas 1 a J com o número de árvores da classe r , onde r é o índice j da classe de maior frequência, ambos expressos em termos relativos, ou seja, divididos pela frequência total do talhão. Pode-se notar que quando o talhão é utilizado em sua totalidade todas as classes diamétricas nele contidas são cortadas em 100%. Uma alternativa seria relaxar a condição de igualdade através de uma tolerância entre as proporções das classes diamétricas a serem obtidas nos casos de utilização parcial dos talhões. Esta tolerância, expressa nos grupos [14] e [15] e definida *a priori* em termos relativos para cada talhão (Δn_i), é especialmente útil no caso de talhões submetidos a desbastes, onde obviamente não é retirada a totalidade das árvores existentes.

$$\left(\frac{1}{n_{ij}}\right) \cdot \sum_k x_{ijk} \leq \left(\frac{1}{n_{ir}}\right) \cdot \sum_k x_{irk} + \Delta n_i \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; n_{ij} > 0 \quad [14]$$

$$\left(\frac{1}{n_{ij}}\right) \cdot \sum_k x_{ijk} \geq \left(\frac{1}{n_{ir}}\right) \cdot \sum_k x_{irk} - \Delta n_i \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; n_{ij} > 0 \quad [15]$$

A expressão [14] indica que a proporção das árvores utilizadas nas classes diamétricas 1 a J deve no máximo superar em Δn_i a proporção da classe diamétrica r . De maneira análoga, a expressão [15] indica que a proporção das árvores utilizadas nas classes diamétricas 1 a J deve pelo menos atingir $1 - \Delta n_i$ da proporção da classe diamétrica r . É claro que estas tolerâncias podem ser alteradas, como por exemplo 1%, 2%, 5%, 10%, etc..

Deve ser ressaltado neste ponto que a utilização parcial de apenas algumas classes diamétricas do talhão pode tornar-se inviável do ponto de vista operacional no campo, uma vez que a localização das árvores das diferentes classes diamétricas nos talhões não é previsível e pode ser assumida como aleatória. Portanto, se algum talhão for utilizado parcialmente, por exemplo, 50% de sua área, as proporções de uso de cada uma das classes diamétricas que o compõem devem ser idênticas entre si.

Outro grupo de restrições refere-se à demanda mínima por tipo de produto florestal, estipulada em função das obrigações contratuais que a empresa assumiu com seus clientes. Esta demanda mínima poderá responder a horizontes de planejamento variados, mas geralmente estes serão de médio prazo, variando de um a quatro meses, podendo até abranger períodos de um ano. Tem-se assim o seguinte grupo de restrições:

$$\sum_i \sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} \geq D_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [16]$$

onde v_{ijkl} é o volume do produto l obtido de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçada segundo o padrão de corte k , e D_l é a demanda global do produto l .

As restrições do grupo [16] podem ser consideradas como restrição de mercado, uma vez que nelas são impostos volumes mínimos, para cada tipo de produto florestal, que devem ser obtidos dos talhões em idade de corte.

A obtenção de determinados produtos florestais, principalmente das maiores dimensões (toras para laminação) gera um volume considerável de resíduo, o qual pode ser aproveitado para a obtenção de outros produtos de menores dimensões. Na hora de gerar os padrões de corte que constituem as colunas do MGOS, os padrões em geral visam minimizar este resíduo através da utilização de mais do que um produto em cada padrão de corte. Neste caso, ao ser utilizada uma função objetivo do tipo de maximização da receita, é possível que a solução ótima do MGOS gere grandes volumes para determinados tipos de produtos florestais, os quais poderiam ser até incompatíveis com os pedidos realizados pelos clientes. Este fato gera a necessidade de limitar a produção máxima permitida de determinado produto, o que se expressa no seguinte grupo de restrições:

$$\sum_i \sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} \leq P_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [17]$$

onde P_l é a produção máxima permitida do produto l .

As restrições de demanda mínima [16] e de produção máxima permitida [17] diferem entre si apenas no termo constante do lado direito da desigualdade (RHS – *right hand side*) e no sinal da restrição. A substituição de ambas por uma expressão com sinal de igualdade tornaria o MGOS algo menos flexível ao não proporcionar intervalos de produção para os produtos florestais. Esta opção é esquematizada no seguinte conjunto de restrições:

$$\sum_i \sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} = V_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [18]$$

onde V_l é o volume do produto l que deveria ser obtido do conjunto de talhões.

Um aspecto importante e muito comum na prática da comercialização de produtos florestais é a especificação de um diâmetro médio na ponta fina para cada tipo de produto, além dos diâmetros mínimo e máximo na ponta fina. Isto se deve ao fato de que, por exemplo, o cliente que demanda toras com diâmetro na ponta fina entre 8 e 18 cm, exige que a média destes diâmetros não seja inferior a 15 cm, quando a média de 8 e 18 cm é de 13 cm. O diâmetro médio na ponta fina de um determinado tipo de produto l ($DMPF_l$) ao realizar o sortimento é a média dos diâmetros na ponta fina das toras do produto l obtidas de cada uma das árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k ($dmpf_{ijkl}$), ponderada pelo número de vezes que as árvores do talhão i , classe diamétrica j , são traçadas segundo o padrão de corte k (x_{ijk}). A implementação destas considerações no MGOS é descrita a seguir.

A média ponderada dos diâmetros obtidos para cada tipo de produto é calculada através da expressão [19].

$$\frac{\sum_i \sum_j \sum_k dmpf_{ijkl} \cdot x_{ijk}}{\sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk}} \geq DMPF_l \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [19]$$

Multiplicando ambos os lados da expressão [19] pelo denominador do lado esquerdo da mesma, obtém-se a expressão [20].

$$\sum_i \sum_j \sum_k dmpf_{ijkl} \cdot x_{ijk} \geq DMPF_l \cdot \sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk} \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [20]$$

Finalmente, passando todo o lado direito para o lado esquerdo e arranjando este lado esquerdo, chega-se à expressão [21], que representa o conjunto das l restrições do MGOS que controlam os diâmetros médios na ponta fina de cada tipo de produto florestal.

$$\sum_i \sum_j \sum_k (dmpf_{ijkl} - DMPF_l) \cdot x_{ijk} \geq 0 \quad l = 1, 2, \dots, L \quad [21]$$

Pode observar no conjunto de restrições [21] que as variáveis x_{ijk} que geram toras do produto l com um diâmetro médio $dmpf_{ijkl}$ inferior ao diâmetro médio exigido pelo cliente $DMPF_l$ aparecem com coeficientes negativos.

A quantidade de tipos diferentes de produtos florestais que devem ser retirados de um mesmo talhão pode, se for excessivamente grande, comprometer as operações de traçamento, arraste e empilhamento dos mesmos, ocasionando inclusive um aumento nos custos. Com a finalidade de limitar esta quantidade foram acrescentados ao MGOS três grupos de restrições [22; 23; 24] os quais, em conjunto, limitam a quantidade máxima de produtos passíveis de serem retirados do mesmo talhão. É nestas restrições que são utilizadas as variáveis binárias y_{il} . Estes grupos de restrições são descritos a seguir.

$$\sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} \leq y_{il} \cdot P_l \quad i = 1, 2, \dots, I; l = 1, 2, \dots, L \quad [22]$$

$$\sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} - 0,01y_{il} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, I; l = 1, 2, \dots, L \quad [23]$$

$$\sum_l y_{il} \leq NP_i \quad i = 1, 2, \dots, I \quad [24]$$

onde NP_i é o número máximo de produtos diferentes a serem obtidos do talhão i .

O número de produtos diferentes que são obtidos do mesmo talhão varia usualmente entre 1 e 2, no primeiro desbaste, e entre 2 e 4 nos seguintes desbastes e na colheita final.

A restrição [22] pode ser considerada como um filtro de padrões de corte da solução ótima, uma vez que a variável binária y_{il} , no caso de ser nula, força as correspondentes variáveis x_{ijk} a serem igualmente nulas, e no caso de ser unitária representa um limite superior dado pela produção máxima permitida P_l , de modo a não limitar o volume do produto l a ser obtido no talhão i . Em outras palavras, se um determinado produto l não pode ser produzido no talhão i , qualquer padrão de corte que gere este tipo de produto não será considerado na solução ótima. Esta restrição foi transformada de modo a deixar apenas um valor constante no RHS:

$$\sum_j \sum_k v_{ijkl} \cdot x_{ijk} - y_{il} \cdot P_l \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, I; l = 1, 2, \dots, L \quad [25]$$

A restrição [23] possui por finalidade unicamente evitar que alguma variável binária y_{il} assumo o valor 1 sem que nenhum padrão de corte que gere o produto l no talhão i apareça na solução ótima. Nos testes prévios da calibragem do Sistema SOSFlor foi comprovado que algumas variáveis y_{il} permanecem com o valor 1 mesmo sem sequer ser utilizada nenhuma classe diamétrica do talhão i . Este fato se deve a que a função objetivo não resulta afetada pelo valor das variáveis y_{il} (0 ou 1), cujo coeficiente é nulo, e o algoritmo “*branch-and-bound*”, utilizado para problemas de otimização com variáveis inteiras e/ou binárias, mantém os valores imputados às variáveis binárias na medida em que vai examinando os diferentes ramos da árvore de soluções. A penalização direta destas variáveis através de coeficientes negativos na função objetivo é uma alternativa que foi considerada, mas o problema foi contornado com o grupo de restrições [23], uma vez que, se a variável y_{il} assumir o valor 1, devem ser produzidos pelo menos 0,01 m³ de produto l no talhão i . Em outras palavras, pelo menos uma árvore do talhão i deverá gerar alguma tora do produto l .

O número máximo de produtos diferentes a serem retirados de cada talhão é finalmente limitado através da restrição [24], que possui uma finalidade puramente operacional. Dado que as variáveis binárias y_{it} podem assumir somente os valores 0 e 1, a soma delas para um mesmo talhão i vai limitar diretamente o número de produtos a obter nesse talhão.

3.2.2.4 Síntese do modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) do MGOS

No quadro da página seguinte é apresentado de forma resumida, o modelo de PLIM utilizado para a formulação do MGOS. Este modelo compõe-se de uma função objetivo e dez grupos de restrições.

Às clássicas restrições de estoque de existências de inventário (1) e de demanda mínima por tipo de produto (4), se acrescentam as restrições operacionais de equilíbrio entre classes diamétricas do mesmo talhão, caso este talhão seja utilizado parcialmente (2 e 3).

A produção máxima deve ser limitada para evitar que volumes excessivos de determinados tipos de multiprodutos sejam elaborados. Este limite é imposto através do grupo (5) de restrições.

Os diâmetros médios na ponta fina exigidos pelos clientes de cada tipo de multiproduto são controlados pelo grupo (6) de restrições.

O número máximo de multiprodutos diferentes a serem elaborados no mesmo talhão é limitado através de três conjuntos (7), (8) e (9) de restrições.

Finalmente, as condições necessárias para as variáveis binárias y_{it} são controladas pelo grupo (10) de restrições.

Função objetivo		$\max Z = \sum_i \sum_j \sum_k (R_{ijk} \cdot x_{ijk})$		
R e s t r i ç õ e s	Estoque de existências	(1) $\sum_k x_{ijk} \leq n_{ij}$	$i = 1, 2, \dots, I$	$j = 1, 2, \dots, J$
	Equilíbrio entre classes diamétricas utilizadas parcialmente	(2) $(1/n_{ij}) \cdot \sum_k x_{ijk} - (1/n_{ir}) \cdot \sum_k x_{irk} - \Delta n_i \leq 0$	$i = 2, 3, \dots, I$	$j = 1, 2, \dots, J$ $n_{ij} \geq 0$
		(3) $(1/n_{ij}) \cdot \sum_k x_{ijk} - (1/n_{ir}) \cdot \sum_k x_{irk} + \Delta n_i \geq 0$	$i = 2, 3, \dots, I$	$j = 1, 2, \dots, J$ $n_{ij} \geq 0$
	Demanda mínima por produto	(4) $\sum_i \sum_j \sum_k (v_{ijkl} \cdot x_{ijk}) \geq D_l$	$l = 1, 2, \dots, L$	
	Produção máxima	(5) $\sum_i \sum_j \sum_k (v_{ijkl} \cdot x_{ijk}) \leq P_l$	$l = 1, 2, \dots, L$	
	Diâmetro médio na ponta fina	(6) $\sum_i \sum_j \sum_k [(dmpf_{ijkl} - DMPF_l) \cdot x_{ijk}] \geq 0$	$l = 1, 2, \dots, L$	
	Quantidade máxima de produtos a serem obtidos de cada talhão	(7) $\sum_j \sum_k (v_{ijkl} \cdot x_{ijk}) - y_{il} \cdot P_l \leq 0$	$i = 1, 2, \dots, I$	$l = 1, 2, \dots, L$
		(8) $\sum_j \sum_k (v_{ijkl} \cdot x_{ijk}) - 0,01 y_{il} \geq 0$	$i = 1, 2, \dots, I$	$l = 1, 2, \dots, L$
		(9) $\sum_l y_{il} \leq NP_i$	$i = 1, 2, \dots, I$	
Condição de variáveis binárias	(10) $y_{il} \in \{0, 1\}$	$\forall_{i,l}$		
onde:		Δn_i = tolerância relativa no número de árvores cortadas entre classes diamétricas do talhão i ($-1 \leq \Delta n_i \leq 1$).		
x_{ijk} = número de árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k .		v_{jkl} = volume do produto l obtido de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçada segundo o padrão de corte k .		
y_{il} = 1 se o produto l é cortado no talhão i ; 0 caso contrário.		D_l = demanda global do produto l .		
R_{ijk} = receita bruta, descontados os custos de transporte, de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçada segundo o padrão de corte k .		P_l = produção máxima permitida do produto l .		
n_{ij} = número de árvores (frequência) no talhão i , classe diamétrica j .		$dmpf_{ijkl}$ = diâmetro médio na ponta fina das toras do produto l obtidas a partir de cada árvore do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k .		
r = índice j da classe de maior frequência.		$DMPF_l$ = diâmetro médio na ponta fina exigido pelo cliente do produto l .		
		NP_i = número máximo de produtos diferentes a serem obtidos do talhão i .		

3.3 IMPLEMENTAÇÃO INFORMATIZADA DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO

Qualquer sistema de otimização, para poder ser testado e calibrado com dados reais, requer uma implementação informatizada. A opção de realizar estes testes manualmente é inviável, levando em consideração a crescente versatilidade das linguagens modernas de computador e o auxílio dos potentes processadores disponíveis, mesmo a nível doméstico.

Dentre a grande variedade de linguagens informáticas disponíveis destacam-se pela simplicidade e relativa facilidade de aprendizado o Visual Basic[®] da Microsoft[®], atualmente na versão 6.0, e o Delphi[®] da Borland[®], disponível na versão 3.0. Ambas as linguagens podem ser consideradas como equivalentes, sendo as diferenças específicas entre elas sutis ao usuário. Provavelmente, a linguagem mais apropriada para a implementação de algoritmos pesados de cálculo do tipo *NP-hard*⁸ seja o C⁺⁺. Porém, esta linguagem requer um conhecimento e um esforço muito maior por parte do programador.

A escolha da linguagem apropriada pode ser bem descrita através da seguinte frase: “... a linguagem a utilizar é aquela que o programador melhor conhece...”. Na verdade, a escolha da linguagem se torna secundária diante da implementação propriamente dita.

3.3.1 Microsoft[®] Visual Basic[®]

O módulo gerador dos padrões de corte (MGPC) foi implementado na linguagem Microsoft[®] Visual Basic[®] 6.0 – versão Enterprise, por oferecer facilidades ao programador.

⁸ Denominação que significa *Non Polynomial-hard* e indica que a solução do problema não é atingida com um número polinômico de cálculos. Conseqüentemente o requerimento de capacidade de processamento cresce exponencialmente com o aumento do tamanho do problema.

Porém, nada impede pensar em uma implementação futura em outra linguagem, como, por exemplo, o C⁺⁺, uma vez que já foi observado o aumento no requerimento computacional na medida em que aumentam o número dos multiprodutos a serem avaliados e o tamanho médio das árvores dos talhões.

Como já foi descrito na seção 3.2.1, o MGPC é responsável pela geração de todos os padrões de corte factíveis em forma exaustiva e do Padrão de Corte Ótimo (PCO). Para tal fim foram programados em Visual Basic dois algoritmos: um para a geração exaustiva de todos os padrões de corte factíveis, através de um algoritmo de busca do tipo “*branch-and-bound*”, e outro para a geração do PCO, baseado na Programação Dinâmica. O primeiro algoritmo, responsável pela geração exaustiva dos padrões de corte, apresenta uma certa similaridade com o procedimento proposto por EPSTEIN et al. (1999).

As fórmulas utilizadas para os cálculos diamétricos, hipsométricos e volumétricos foram implementadas também para serem utilizadas na planilha eletrônica Microsoft[®] Excel[®], armazenando-as como funções macro em suplementos (*.xla) através da linguagem VBA (Visual Basic for Applications).

3.3.2 Industrial LINDO/PC[®]

Para o caso específico da implementação dos algoritmos Simplex e “*branch-and-bound*”, para a resolução do problema de PLI do MGOS, foram avaliados alguns pacotes comerciais existentes no mercado. Há muito tempo que estes algoritmos clássicos da PO vem sendo implementados por diversos fabricantes de software. Recentemente até as próprias planilhas de cálculo dispõem de ferramentas programadas – macros – que resolvem problemas de PL, PLI e PLIM de tamanhos modestos – algumas centenas de variáveis –. O

Microsoft® Excel® Solver® é uma poderosa ferramenta de otimização, tanto para problemas de PL, através do método Simplex com limites sobre as variáveis e do método de desvio e limite, implementado por John Watson e Dan Fylstra, da Frontline Systems, Inc, quanto para problemas de programação não-linear (PNL), utilizando o código de otimização não linear Generalized Reduced Gradient (GRG2), desenvolvido por Leon Lasdon, da University of Texas em Austin, e Allan Waren, da Cleveland State University⁹.

Devido à disponibilidade por parte da empresa onde foram coletados os dados, foi utilizado o software Industrial LINDO/PC® – versão 6.01, com capacidade para até 16.000 variáveis e 8.000 restrições¹⁰. Este software foi executado através do comando *shell* do Visual Basic, após a geração de um arquivo texto por parte do MGPC. O resultado da otimização do MGOS foi armazenado em outro arquivo texto, entrando novamente em cena o Visual Basic para realizar a conversão deste último arquivo texto em tabelas e gráficos, simplificando e facilitando a interpretação dos resultados da otimização.

Maiores detalhes da estrutura do arquivo texto para ser lido pelo Industrial LINDO/PC® podem ser encontrados no Anexo G, onde é apresentado de maneira resumida o MGOS aplicado aos dados utilizados para os testes descritos na seção 3.4 a seguir.

3.4 DADOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO

O Sistema de Análise, Simulação e Otimização do Sortimento Florestal SOSFlor foi testado com dados reais de colheita obtidos em uma empresa florestal de grande porte (PISA

⁹ Conforme consta na própria ajuda *on-line* do Microsoft® Excel® Solver®

¹⁰ Para maiores informações sobre capacidades das diferentes versões do LINDO/PC® consulte a página web da LINDO Systems, Inc: <http://www.lindo.com>

Florestal), localizada no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná, Brasil. Os dados correspondem a 32 talhões agrupados em dois projetos, ocupando uma área de 405,3 hectares. A colheita foi realizada entre os meses de julho de 1998 e agosto de 1999.

Na Tabela 3 são descritos os 32 talhões agrupados em dois projetos utilizados para os testes, com o detalhamento da espécie, data de plantio, espaçamento inicial, estágio atual de manejo, função hipsométrica e área. A área total utilizada foi de 405,3 ha.

TABELA 3: DESCRIÇÃO DOS PROJETOS E TALHÕES UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL SOSFlor

[illegible]

As funções hipsométricas, ajustadas através do sistema de inventário (MARVL), foram fornecidas pela empresa. Não foram testadas outras funções hipsométricas. O sistema SOSFlor foi estruturado em módulos. Portanto, as funções hipsométricas e volumétricas podem ser alteradas a qualquer momento. Os talhões utilizados para os testes foram selecionados em função das informações disponíveis no banco de dados da empresa.

As frequências por classe diamétrica de cada um dos talhões utilizados nos testes são apresentadas na Tabela 4. Os valores das frequências foram obtidos a partir dos relatórios do sistema de inventário da empresa.

TABELA 4: FREQUÊNCIAS DIAMÉTRICAS DOS TALHÕES UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA SOSFlor.

Projeto e talhão		Centro da classe diamétrica [cm]																							
		7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	
		Frequência [ha ⁻¹]																							
Oesp 72-III	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3	5	8	13	10	10	13	15	10	23	8	8	18		
	2	-	-	-	-	-	-	-	-	2	4	9	20	19	26	15	13	19	20	33	6	4	11	11	
	3	-	-	-	-	4	-	-	-	4	17	17	42	8	13	21	29	25	29	17	8	4	-	8	
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	3	8	10	25	23	20	15	3	10	3	10	-	5	
	6	-	-	-	-	-	-	-	3	3	6	13	16	9	3	28	25	19	9	28	6	-	13	16	
	74	-	-	-	-	-	-	3	-	3	8	8	15	13	25	23	25	23	20	8	3	5	5	5	
	75	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	10	17	10	13	17	23	7	17	13	13	3	10	3	
	76	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10	17	23	17	7	37	33	27	17	7	20	-	-	10	
77	-	-	-	-	-	3	3	-	7	17	7	17	23	13	30	37	23	20	20	3	7	10	17		
Oesp 73	3	-	-	-	3	3	-	3	-	-	-	10	7	10	3	13	10	17	33	13	13	7	20	20	
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	5	13	25	13	18	23	13	5	5	15	
	5	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	-	3	8	5	10	8	5	5	10	20	18	15	30	
	6	-	-	-	-	-	50	50	50	100	50	53	109	116	59	6	66	169	69	16	6	6	3	13	
	7	-	-	-	-	-	-	-	-	6	3	6	9	9	25	9	28	16	28	3	9	13	9	13	
	8B	-	-	-	-	-	-	-	-	1	3	5	3	5	5	7	15	10	13	9	11	8	6	13	
	9	-	-	-	-	2	-	2	-	-	5	4	4	7	7	27	20	14	18	13	13	18	7	16	
	10	-	-	-	17	50	50	33	67	50	100	100	39	117	55	67	78	55	55	-	11	17	-	6	
	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	3	5	10	10	18	10	13	13	30		
	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	-	5	7	7	11	16	21	13	14	4	25	
	13	-	-	-	-	-	-	2	-	4	2	-	4	4	11	14	14	18	13	16	18	18	9	23	
	14	-	-	-	-	-	-	-	4	13	25	21	21	29	21	33	21	13	8	8	-	4	13	-	
	16	-	14	14	26	14	24	57	71	67	76	33	60	90	64	62	62	36	60	12	26	10	10	10	
	17A	-	-	8	-	-	-	25	8	8	25	17	58	58	75	50	17	75	-	17	8	17	8	42	
	17B	-	-	-	-	-	-	6	-	-	6	13	19	6	19	38	19	63	6	25	6	13	19	6	
	18	-	-	2	13	27	13	25	27	27	37	63	70	67	75	38	83	48	63	38	33	10	2	38	
	67	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8	21	17	21	38	38	58	8	13	17	-	-	-	4	
	68A	67	183	217	100	183	100	133	133	183	117	17	117	67	150	50	-	33	17	17	17	-	-	-	
	68B	-	-	-	-	-	3	-	3	3	27	10	30	27	17	30	17	30	3	10	17	3	-	7	
	69	-	-	-	-	17	17	50	50	41	58	66	117	125	50	42	50	50	25	42	8	8	8	-	
	70	-	-	3	-	-	6	6	8	8	11	28	33	31	36	44	25	14	17	8	8	8	-	3	
	71B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	13	29	25	17	25	21	8	29	8	17	17	-	8	
	72C	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	7	13	20	23	23	40	20	20	27	23	3	-	3	3

Na Tabela 4, as frequências elevadas das primeiras classes diamétricas dos talhões 16 e 68A, do projeto Oesp 73, explica-se pelo fato de que estes talhões não sofreram nenhum desbaste até o momento da colheita. Os talhões do projeto Oesp 72-III possuem a maior parte de suas árvores distribuídas nas classes acima de 25 cm. Este fato é consequência direta principalmente do regime de manejo ao qual os mesmos estão sendo submetidos (Tabela 3), dentre outros fatores da produção como idade, qualidade do sítio, material genético, etc.. Os últimos quatro talhões do projeto Oesp 72-III (74 a 77) foram plantados seis anos mais tarde, e até o momento da colheita haviam sido submetidos a dois desbastes. Os talhões que foram submetidos apenas a um desbaste – 17A e 69 do projeto Oesp 73 – (Tabela 3), apresentaram a maior parte das suas árvores distribuídas nas classes diamétricas médias e inferiores (Tabela 4).

Em muitos talhões foram observadas classes diamétricas com frequências nulas, sem árvores, alternadas com outras classes com árvores. Os talhões 3, 5, 6 e 76 do projeto Oesp 72-III, e os talhões 10, 14 e 17A do projeto Oesp 73, por exemplo, ilustram este fato. Devido talvez a problemas de inventário, esta situação representou um fator complicador ao realizar os testes, uma vez que o sistema desenvolvido considerou as árvores classe por classe, sem realizar quaisquer simulações para as classes vazias. As mesmas poderiam ter sido simuladas também sem nenhum inconveniente, uma vez que as simulações foram realizadas apenas para a árvore representativa da classe, e depois propagadas em função da frequência registrada no inventário. Porém, cabe fazer a seguinte pergunta: quantas árvores deveriam haver nessas classes vazias a fim de poder quantificar corretamente seu sortimento? O agrupamento das árvores em classe de maior amplitude é uma alternativa que certamente evitaria em parte este problema; entretanto, proceder desta maneira acarreta a redução da precisão das informações geradas pelo sistema de análise, simulação e otimização do sortimento SOSFlor.

Na Tabela 5 são apresentados os oito tipos diferentes de multiprodutos florestais utilizados nos testes do sistema SOSFlor. Os volumes de madeira discriminados por tipo de produto, retirados no período jul/98-ago/99 dos dois projetos, foram considerados como testemunha da situação real de colheita executada pela empresa. Ao todo foram retirados 18 tipos diferentes de multiprodutos florestais, os quais foram agrupados em oito classes em função dos pequenos volumes elaborados de alguns deles. Os preços correspondentes a cada produto foram considerados como função direta dos diâmetros na ponta fina, tal como ocorre atualmente. Porém, em determinados casos a empresa e seus clientes podem eventualmente chegar a acordos comerciais que alterem os mesmos.

TABELA 5: CARACTERÍSTICAS DOS PRODUTOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA SOSFLOR. A COLUNA CORRESPONDENTE AO VALOR EXPRESSA OS PREÇOS UNITÁRIOS DA MADEIRA ELABORADA E EMPILHADA NA FLORESTA. O VOLUME COLHIDO NO CENÁRIO REAL FOI OBTIDO A PARTIR DAS CARGAS COM TORAS QUE EFETIVAMENTE FORAM RETIRADAS DOS TALHÕES

Número	Produto*	Diâmetro na ponta fina			Comprimento	Casca**	Preço***	Volume colhido no cenário real
		Mínimo	Médio	Máximo				
		[cm]			[m]	%	[R\$ / m³]	[m³]
1	35 - acima / 3,6	35	38	99	3,6	10,80	59,50	4.775,57
2	35 - acima / 2,6	35	37	99	2,6	10,80	59,50	8.778,69
3	35 - acima / 2,4	35	35	99	2,4	10,80	59,50	10.063,26
4	25 - 35 / 3,0	25	28	35	3,0	11,61	44,86	5.054,09
5	25 - 35 / 2,6	25	28	35	2,6	11,61	44,86	39.801,81
6	18 - 25 / 3,1	18	20	25	3,1	13,24	23,58	322,32
7	18 - 25 / 2,4	18	20	25	2,4	13,24	23,58	4.445,68
8	8 - 18 / 2,4	8	8	18	2,4	13,24	12,11	27.037,31
Total								100.278,72

* A especificação do produto refere-se ao diâmetro com casca na ponta fina – DPF – e ao comprimento da tora exigidos pelo cliente. O produto 25-35 / 2,6 considera, por exemplo, toras com um DPF compreendido no intervalo de 25 a 35 cm, e um comprimento de 2,60 m. O termo “acima” indica que não há limite superior para o DPF do produto em questão – produtos 1, 2 e 3 –.

** Este valor refere-se ao volume percentual da casca correspondente a cada tora em função de seu DPF

*** Equivalência monetária de 1 USD = 1,81 R\$, em 5/5/2000.

A coluna referente ao preço dos produtos considera os preços de venda dos mesmos empilhados na floresta, praticados pela empresa produtora, sem considerar os custos da madeira em pé, os custos de colheita e elaboração, nem os custos de transporte.

Os custos de transporte foram os únicos considerados no presente trabalho. Estes custos foram calculados durante a geração dos padrões de corte, uma vez que praticamente cada produto é definido por um cliente em particular. A estreita relação existente entre os diferentes tipos de produtos e os clientes que os demandam gera receitas diferenciadas, para uma mesma árvore, em função dos custos do transporte entre os talhões e os clientes.

Os custos da madeira em pé, bem como os custos da colheita, não foram levados em consideração na otimização. No caso dos custos da madeira em pé, diversos fatores como custos de plantio, idades, regimes de manejo, taxas de juros, grau de incentivos fiscais, dentre outros, devem ser cuidadosamente analisados. Vale lembrar que no período compreendido entre 1966 e 1986 houve incentivos para os reflorestamentos nos talhões mencionados. Para o cálculo dos custos de colheita, é preciso um conhecimento mais aprofundado dos rendimentos operacionais em campo das diferentes atividades envolvidas. Normalmente, as informações referentes aos custos e/ou rendimentos das operações de colheita disponíveis nas empresas poucas vezes discriminam entre os diferentes tipos de produtos. Desta maneira, os mesmos podem ser assumidos como constantes para todos os produtos. Entretanto, se os custos da madeira em pé e de colheita fossem considerados, apenas deveriam ser recalculados os coeficientes da função objetivo do MGOS. Esta nova função maximizaria a receita líquida, ao invés da receita bruta descontados os custos de transporte, como é o caso do presente modelo.

Os custos de transporte, implícitos nos coeficientes da função objetivo do MGOS, foram descontados dos preços indicados na Tabela 5 em função da matriz de custos unitários de transporte apresentada na Tabela 6 (matriz de 32 talhões x 8 clientes). O custo de cada viagem [R\$] foi obtido, tora por tora, multiplicando o custo unitário do frete, correspondente ao percurso entre o talhão que produz a tora e o cliente que a demanda [R\$/t], obtido a partir da Tabela 6, pelo volume da tora que deve ser transportada [m³]. Estes volumes foram

calculados durante a geração dos padrões de corte nas simulações do MGPC, através da integral definida da função de afilamento. Para os cálculos, foi utilizado o fator de conversão unitário ($1 \text{ t} = 1 \text{ m}^3\text{cc}$), tal como é a prática habitual na empresa para as toras de *Pinus* dos diferentes tipos de produtos avaliados.

TABELA 6: MATRIZ DE CUSTOS UNITÁRIOS DE TRANSPORTE ENTRE OS TALHÕES E OS CLIENTES. O NÚMERO DO CLIENTE CORRESPONDE AO NÚMERO DO PRODUTO CONFORME CONSTA NA TABELA 5. O FATOR DE CONVERSÃO UTILIZADO FOI O ADOTADO PELA EMPRESA PARA OS TIPOS DE PRODUTOS AVALIADOS ($1 \text{ t} = 1 \text{ m}^3\text{cc}$)

Projeto	Talhão	Cliente							
		1	2	3	4	5	6	7	8
		[R\$ / t]							
Oesp 72-III	1	4,97	10,68	5,54	6,25	3,41	8,13	11,86	10,25
	2	4,55	11,10	11,45	8,67	3,17	8,64	10,83	11,92
	3	14,00	12,29	3,46	6,73	13,29	9,31	13,88	9,13
	5	13,09	13,67	12,75	11,35	6,49	5,19	10,17	8,07
	6	8,05	3,07	4,89	14,05	8,90	3,36	13,52	7,10
	74	4,64	13,56	5,38	8,36	12,71	8,22	9,53	13,16
	75	10,30	7,92	13,11	13,66	9,40	12,59	8,42	9,65
	76	8,00	7,41	8,80	6,38	5,00	4,11	6,35	6,52
	77	11,19	13,03	14,07	12,09	10,82	6,55	8,53	3,90
Oesp 73	3	5,61	13,85	3,16	7,39	13,88	9,45	13,93	11,69
	4	4,33	12,18	5,31	12,36	10,23	13,32	6,90	4,70
	5	7,18	4,60	9,63	11,27	7,01	8,55	11,12	6,15
	6	9,47	4,14	14,20	14,44	12,36	5,31	10,61	8,12
	7	8,24	11,53	8,96	6,49	3,33	7,49	4,92	5,37
	8B	5,59	6,26	13,79	3,98	13,25	11,11	10,18	6,11
	9	10,41	8,45	7,60	7,18	11,56	9,49	13,75	4,04
	10	7,45	14,84	4,00	6,42	11,93	8,76	6,93	10,81
	11	10,65	7,66	7,98	5,43	8,52	3,74	11,93	10,35
	12	7,42	3,58	9,80	10,20	7,95	7,81	3,08	13,03
	13	7,99	8,45	14,98	8,09	11,80	11,80	5,52	9,11
	14	7,58	14,95	10,08	10,50	12,35	5,85	4,36	7,01
	16	7,56	9,65	8,27	11,23	6,94	11,70	10,85	4,74
	17A	11,25	11,63	5,63	13,66	3,07	12,25	10,44	12,82
	17B	3,61	14,70	12,74	5,66	10,91	13,86	8,75	11,32
	18	4,60	3,78	11,92	13,19	11,44	7,57	4,67	7,55
	67	5,62	14,09	14,74	9,01	6,99	14,41	13,98	10,28
	68A	8,63	14,38	11,10	4,73	9,60	4,53	4,45	4,65
	68B	6,39	3,07	6,32	4,56	5,25	13,04	3,36	5,53
	69	11,93	11,25	3,07	13,05	12,62	9,63	3,31	13,61
	70	13,95	13,84	10,51	8,08	10,52	7,16	14,62	5,81
	71B	5,01	8,86	7,25	8,02	14,93	11,76	6,81	5,09
	72C	13,19	11,87	12,47	4,17	11,19	13,43	8,17	10,01

3.5 CENÁRIOS AVALIADOS COM O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO

O sistema SOSFlor foi utilizado para a simulação e análise de diferentes cenários de otimização, os quais foram comparados com a situação real observada nos talhões avaliados. A partir dos dados de inventário descritos na Tabela 4 foram considerados os seguintes quatro cenários:

- Cenário 1.* Situação real, ou seja, o volume e o número de toras por tipo de produto que efetivamente foram retirados dos talhões avaliados no período jul/98-ago/99;
- Cenário 2.* Otimização conjunta dos talhões em função da demanda e dos custos de transporte;
- Cenário 3.* Otimização conjunta dos talhões em função da oferta; e,
- Cenário 4.* Maximização individual do valor das árvores retirando de cada uma delas os produtos de maior valor até o diâmetro em ponta fina especificado.

Na Figura 3 são esquematicamente apresentados os quatro cenários analisados.

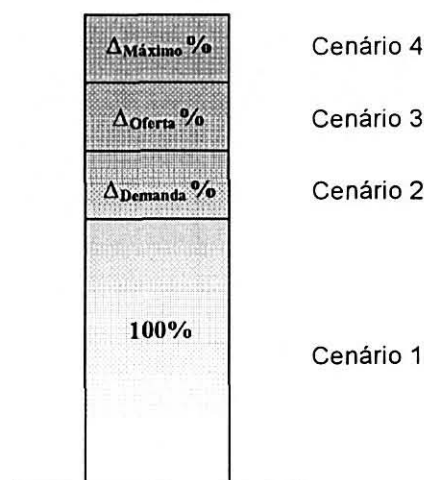


FIGURA 3: CENÁRIOS ANALISADOS ATRAVÉS DO SISTEMA SOSFlor. O CENÁRIO REAL (1) FOI UTILIZADO COMO TESTEMUNHA (100%) PARA A COMPARAÇÃO COM OS TRÊS CENÁRIOS SIMULADOS (2-DEMANDA; 3-OFERTA; 4-MÁXIMO)

No cenário 1 – situação real – a receita foi obtida a partir dos volumes efetivamente retirados dos talhões analisados, discriminados por tipo de produto, multiplicados pelos preços correspondentes, descontando os custos de transporte entre os talhões e os clientes calculados a partir dos custos unitários da Tabela 6. Os dados utilizados correspondem aos talhões colhidos no período de julho de 1998 a agosto de 1999 e os produtos que foram retirados de cada um deles, conforme descrito na seção anterior (item 3.4). O resultado global deste cenário foi considerado como o referencial de base, atribuindo a ele um valor relativo de 100%.

A otimização conjunta dos talhões em função da demanda e dos custos de transporte – cenário 2 – permitiu obter uma receita adicional acima da situação real ($\Delta_{\text{Demanda}} \%$) devido ao fato de considerar de maneira conjunta talhões e pedidos de produtos florestais.

No cenário 3 foi utilizado o poder de mercado que as empresas de porte médio a grande eventualmente poderiam exercer, no sentido de retirar o maior volume possível dos produtos mais lucrativos, assumindo que a demanda por estes produtos se adequará às quantidades ofertadas. Este cenário, embora hipotético, permitiu ter uma noção da receita adicional possível de ser atingida se o poder de mercado for convenientemente utilizado ($\Delta_{\text{Oferta}} \%$), supondo uma certa elasticidade da demanda de modo a adquirir os produtos elaborados. Adicionalmente, os resultados deste cenário 3 são de grande valor para auxiliar na tomada de decisões específicas de manejo florestal dos talhões, uma vez que os tratamentos silviculturais exercem uma forte influencia nas dimensões dos produtos factíveis de serem retirados da floresta. Neste cenário foram ignorados os pedidos e mantidas as especificações dos diferentes tipos de multiprodutos florestais.

No cenário 4 foram obtidos os volumes até o limite determinado pelo diâmetro mínimo na ponta fina com casca, gerando comprimentos muitas vezes não comercializáveis.

Os pedidos dos clientes foram ignorados, como assim também os comprimentos dos diferentes multiprodutos. Na prática, contudo, esta opção é inaplicável, devido ao fato de que os comprimentos das seções avaliadas ao longo do fuste muitas vezes não representam uma combinação dos comprimentos das toras efetivamente requeridas pelos clientes. Porém, este cenário dá uma idéia da receita máxima que teoricamente poderia ser obtida nos povoamentos ($\Delta_{\text{Máximo}} \%$), e o conhecimento deste teto é de suma importância na hora de realizar as simulações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados do presente trabalho estão organizados na seguinte sequência. Inicialmente é apresentado o sistema SOSFlor propriamente dito. Logo são expostos os resultados da aplicação do sistema SOSFlor nos cenários analisados. Finalmente, são mencionados alguns aspectos práticos da implementação e da experiência computacional.

4.1 SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO FLORESTAL SOSFlor

Na Figura 4 é apresentado o fluxograma principal do Sistema de Análise, Simulação e Otimização do Sortimento SOSFlor. Os diferentes módulos que compõem o sistema foram descritos detalhadamente na seção 3.2, motivo pelo qual no fluxograma apenas são apresentados os vínculos existentes entre os mesmos. Os números em destaque (❶, ❷, ..., ❸) que aparecem ao lado de alguns dos componentes do fluxograma permitem acompanhar melhor o texto explicativo que segue no seguinte parágrafo.

Inicialmente o sistema carrega os dados de inventário, as funções dendrométricas de altura, volume e afilamento, as características dimensionais dos produtos a serem retirados em função dos pedidos realizados pelos clientes, e a matriz com os custos de transporte - ❶ -. Algumas destas informações devem ser processadas logo no início, antes de proceder à geração dos padrões de corte. Neste sentido, devem ser estimadas, para cada talhão e classe diamétrica, a altura total, o comprimento útil e o volume total - ❷ -. O comprimento útil é o comprimento desde o toco até o ponto onde o fuste atinge o diâmetro na ponta fina do menor especificado para cada produto. O volume total é necessário no cálculo dos volumes parciais.

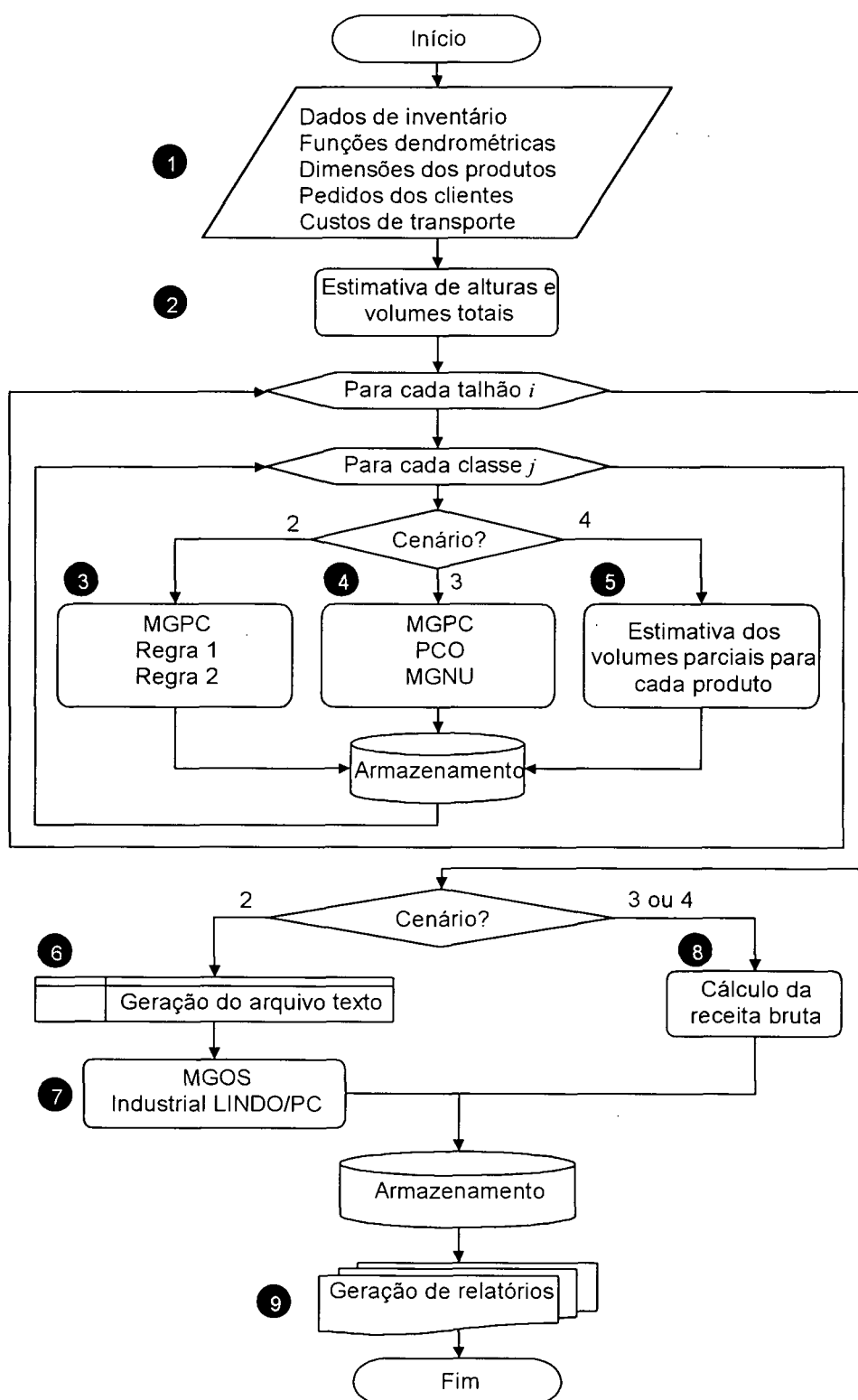


FIGURA 4: FLUXOGRAMA DO SISTEMA SOSFlor. OS NÚMEROS EM DESTAQUE (1, 2, ..., 9) SÃO DESCRITOS DETALHADAMENTE NA SEÇÃO 4.1

Logo na sequência começa a geração dos padrões de corte separadamente para cada classe diamétrica de cada talhão. A discriminação entre classes diamétricas do mesmo talhão deveu-se ao fato das mesmas possuírem diâmetros, alturas e volumes diferentes. Já a separação entre as mesmas classes diamétricas de talhões diferentes deveu-se ao fato de que as funções hipsométricas são diferentes para cada talhão. Para o caso dos dados analisados, as alturas totais das árvores, geradas para cada talhão a partir da equação hipsométrica correspondente, diferenciaram o volume total e os diferentes volumes parciais gerados a partir da função de afilamento para as mesmas classes diamétricas de talhões diferentes.

A geração dos padrões de corte respondeu ao cenário que estava sendo considerado. Ao analisar o cenário 2, que levou em consideração a otimização conjunta dos talhões em função da demanda pelos diferentes tipos de produtos e dos custos de transporte, foi utilizado o Módulo Gerador dos Padrões de Corte (MGPC) para a geração exaustiva de todos os padrões factíveis, auxiliado pelas regras heurísticas 1 e 2 - ❸ -.

Na análise do cenário 3, que avaliou a otimização conjunta dos talhões em função unicamente da oferta, ou seja, sem levar em consideração os pedidos dos clientes, foi utilizado o MGPC apenas para a geração do Padrão de Corte Ótimo (PCO), através do Módulo Gerador de Números Úteis (MGNU) - ❹ -. O MGNU foi implementado através de um algoritmo heurístico, e a geração do PCO foi baseada na Programação Dinâmica (PD).

O cenário 4 foi concebido apenas para se ter uma noção da máxima receita que em teoria poderia ser obtida a partir dos talhões avaliados. Neste caso, além de ignorar os pedidos dos clientes com respeito a tais ou quais produtos, foram ignorados também os comprimentos destes últimos. Em outras palavras, foi perseguido o objetivo de maximizar o valor individual das árvores, retirando de cada uma delas os produtos de maior valor até o diâmetro em ponta fina especificado. Como consequência deste processo, surgem toras dos mais variados

comprimentos dentro de um amplo intervalo, o que pode ser considerado como inaplicável operacionalmente na prática. Vale ressaltar que a finalidade de conhecer o comportamento da floresta frente a este cenário foi apenas estabelecer o teto máximo de otimização que poderia ser atingido e, comparativamente, ter uma noção do grau de otimização atingido com os outros dois cenários simulados (cenários 2 e 3).

No cenário 4, para a obtenção dos volumes parciais até o diâmetro mínimo na ponta fina de cada produto não foi necessário utilizar o MGPC. Apenas foram utilizadas algumas sub-rotinas isoladas do MGPC, implementadas especificamente como funções e procedimentos automatizados (macros) na planilha Microsoft® Excel® na linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*), que é sua linguagem de macro - ❶ -. A compatibilidade existente entre as duas linguagens de programação utilizadas (Microsoft® Visual Basic® 6.0 e VBA) facilitou de maneira considerável esta tarefa.

Na medida em que os padrões de corte iam sendo gerados, independentemente do cenário avaliado, foi utilizado um módulo de armazenamento das informações geradas em meio magnético. Estas informações, armazenadas como tabelas, constituíram os dados de entrada (*input*) para a otimização global do sortimento propriamente dita.

O Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS), formulado como um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), foi utilizado para otimizar o cenário 2. Nesse caso foi necessária a geração de um arquivo texto - ❷ - de modo a poder alimentar o pacote Industrial LINDO/PC para sua resolução através do algoritmo “*branch-and-bound*” - ❸ -. Os cenários 3 e 4 não demandaram a utilização do MGOS, devido ao fato de gerar apenas um padrão de corte para cada classe diamétrica e talhão, sem considerar os volumes de cada tipo de produto demandados pelos clientes. As receitas brutas, descontados os custos de transporte, correspondentes a estes dois cenários, foram obtidas por cálculo numérico - ❹ -.

Por último, o sistema armazenou toda a informação processada gerando os relatórios específicos por tipo de produto, classe diamétrica e talhão - 9 -.

4.2 AVALIAÇÃO DE CENÁRIOS ATRAVÉS DO SISTEMA SOSFlor

O sistema SOSFlor, uma vez implementado na linguagem Visual Basic® 6.0, foi utilizado para simular três diferentes cenários e compará-los com a situação real de colheita registrada nos 32 talhões entre julho de 1998 e agosto de 1999. Na Tabela 7 são apresentados os resultados obtidos para os quatro cenários analisados, por tipo de produto.

TABELA 7: VOLUMES E RECEITAS BRUTAS OBTIDOS POR TIPO DE PRODUTO PARA O CENÁRIO REAL E OS CENÁRIOS SIMULADOS (DEMANDA; OFERTA; MÁXIMO). OS VALORES DO CENÁRIO REAL REPRESENTAM A BASE DE COMPARAÇÃO PARA OS CENÁRIOS SIMULADOS

Item	Tipo de produto	Cenário 1: Real		Cenário 2: Demanda		Cenário 3: Oferta		Cenário 4: Máximo	
		m³	%	m³	%	m³	%	m³	%
Volume	35 - ac / 3,6	4.775,57	5%	8.448,22	8%	10.461,50	8%	30.950,95	24%
	35 - ac / 2,6	8.778,69	9%	6.529,12	6%	9.462,20	7%		
	35 - ac / 2,4	10.063,26	10%	7.702,07	7%	9.022,90	7%		
	25 - 34 / 3,0	5.054,09	5%	6.835,82	6%	31.675,27	24%	56.554,31	43%
	25 - 34 / 2,6	39.801,81	40%	39.227,11	36%	26.121,45	20%		
	18 - 24 / 3,1	322,32	0%	6.534,55	6%	15.796,71	12%		
	18 - 24 / 2,4	4.445,68	4%	19.838,19	18%	13.642,37	11%	29.063,16	22%
	8 - 18 / 2,4	27.037,31	27%	14.265,15	13%	13.566,58	10%		
	Total	100.278,72	100%	109.380,24	100%	129.748,98	100%		
	Acréscimo sobre o cenário real			9,08%		29,39%		30,41%	
Receita bruta descontados os custos de transporte	Tipo de produto	R\$	%	R\$	%	R\$	%	R\$	%
	35 - ac / 3,6	284.146,42	7%	502.669,30	12%	622.459,30	12%	1.841.581,81	35%
	35 - ac / 2,6	522.332,06	14%	388.482,67	9%	563.000,93	11%		
	35 - ac / 2,4	598.763,67	16%	458.273,38	11%	536.862,69	10%		
	25 - 34 / 3,0	226.726,48	6%	306.654,83	7%	1.420.952,48	27%	2.537.026,23	48%
	25 - 34 / 2,6	1.785.509,24	46%	1.759.728,23	42%	1.171.808,13	23%		
	18 - 24 / 3,1	7.600,23	0%	154.084,72	4%	372.486,32	7%		
	18 - 24 / 2,4	104.829,13	3%	467.784,57	11%	321.687,09	6%	685.309,33	13%
	8 - 18 / 2,4	327.421,81	8%	172.750,96	4%	164.291,33	3%		
	Total	3.857.329,04	100%	4.210.428,66	100%	5.173.548,26	100%		
	Acréscimo sobre o cenário real			9,15%		34,12%		35,74%	

Os valores do cenário real foram sumarizados a partir das informações de transporte fornecidas pela empresa. Estas informações representam, ao todo, 7.059 ordens de transporte correspondentes às viagens com madeira efetivamente retirada dos dois projetos avaliados. Os valores dos cenários 2 (otimização em função da demanda), 3 (otimização em função da oferta), e 4 (otimização máxima), foram obtidos por simulação a partir das estimativas geradas pelas funções dendrométricas (MGPC). Após as simulações, e somente para o cenário 2, foi utilizado um algoritmo de otimização (MGOS).

Ao comparar os resultados volumétricos obtidos para os cenários simulados com aqueles do cenário real, observa-se na Tabela 7 que de alguns tipos de produtos foram obtidos volumes maiores na simulação do que na situação real, e de outros tipos de produtos foram obtidos volumes menores.

Para o caso do cenário 2, onde foi utilizado o MGOS, os incrementos obtidos de 9,08% no volume total e de 9,15% na receita bruta (Tabela 7), descontados os custos de transporte, respondem à tolerância permitida na restrição de produção máxima com respeito ao volume retirado na situação real. Esta tolerância foi introduzida devido ao fato de que os volumes dos diferentes tipos de produtos estão inter-relacionados ao nível do povoamento, e em particular ao nível das árvores. Em outras palavras, a obtenção de uma tora de um determinado produto gera, na maioria dos casos, toras de outros tipos de produtos, as que contribuem nas correspondentes restrições de demanda mínima [16] e produção máxima [17 e 25].

O cenário 3 mostra na Tabela 7 a opção que a empresa teria de utilizar a pleno seu poder de mercado. Neste caso, a empresa literalmente “despejaria” no mercado os volumes de cada tipo de produto de modo a maximizar a receita de suas florestas, assumindo, é claro, que este mercado absorveria a totalidade destes volumes mantendo os preços utilizados na

simulação. O acréscimo com respeito à situação real foi de 29,39% no volume e de 34,12% na receita bruta, descontados os custos de transporte. Os produtos utilizados para a simulação e avaliação do cenário 3 foram os mesmos considerados no cenário real e no cenário 2.

No cenário 4 a situação para a empresa torna-se ainda mais vantajosa. Porém, deve ser enfatizado que este cenário é impraticável, uma vez que os diferentes tipos de produtos foram definidos apenas pelo diâmetro na ponta fina, sem especificar qual(is) o(s) comprimento(s) das toras de cada um destes produtos. O acréscimo com respeito à situação real foi de 30,41% no volume e de 35,74% na receita bruta, descontados os custos médios de transporte para cada produto. A finalidade da geração e avaliação deste cenário respondeu apenas à utilidade de conhecer o limite ou teto superior que tecnicamente poderia ser retirado de cada tipo de produto, definido apenas pelo diâmetro na ponta fina, nos talhões e projetos considerados.

O cenário 2, além de haver apresentado um acréscimo no volume e na receita com respeito à situação real, não utilizou a totalidade das árvores disponíveis na simulação para a obtenção dos volumes exigidos nas restrições de demanda mínima. Esta ociosidade deve ser levada em consideração como receita adicional ao comparar os resultados obtidos para os diferentes cenários simulados. Na Tabela 8 é apresentada a relação dos talhões selecionados pelo MGOS na otimização do cenário 2 e o grau de utilização dos mesmos.

Pode-se observar na Tabela 8 que, no cenário 2, alguns talhões foram utilizados na sua totalidade, outros parcialmente, e também houveram talhões que nem foram utilizados. Pelo contrário, nos cenários 3 e 4, ao não haver restrições de produção máxima, todos os talhões disponíveis foram utilizados na sua totalidade. O valor da percentagem total de utilização da frequência (87%) representa a média das percentagens individuais ponderada pelas frequências totais dos talhões correspondentes. De maneira análoga, o valor da percentagem

total de utilização da área (85%) representa a média das percentagens individuais ponderada pelas áreas totais dos talhões correspondentes.

TABELA 8: GRAU DE UTILIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E ÁREAS DOS TALHÕES AVALIADOS NA SIMULAÇÃO DO CENÁRIO 2. O COMPLEMENTO DOS PERCENTUAIS DE UTILIZAÇÃO REPRESENTA A OCIOSIDADE.

Projeto	Talhão	Frequência			Área		
		Total	Utilizada	% Utilização	Total	Utilizada	% Utilização
		[Nº de árvores]			[ha]		
Oesp72-III	1	2.894	2.894	100	20,1	20,1	100
	2	7.166	7.166	100	33,8	33,8	100
	3	1.279	1.279	100	5,2	5,2	100
	5	2.815	2.815	100	20,4	20,4	100
	6	2.699	2.699	100	13,7	13,7	100
	74	1.133	218	19	5,9	1,1	19
	75	572	108	19	3,6	0,7	19
	76	945	945	100	4,2	4,2	100
	77	540	113	21	2,1	0,4	21
Oesp 73	3	2.886	2.886	100	15,6	15,6	100
	4	3.388	3.388	100	24,2	24,2	100
	5	616	616	100	4,4	4,4	100
	6	18.631	18.631	100	18,8	18,8	100
	7	3.906	504	13	21,0	2,7	13
	8B	3.534	3.534	100	31,0	31,0	100
	9	3.257	3.257	100	18,4	18,4	100
	10	11.604	6.072	52	12,0	6,3	52
	11	1.248	1.248	100	9,6	9,6	100
	12	787	787	100	6,2	6,2	100
	13	3.145	3.145	100	18,5	18,5	100
	14	5.265	5.265	100	22,5	22,5	100
	16	10.343	10.343	100	11,7	11,7	100
	17A	3.199	3.199	100	6,2	6,2	100
	17B	3.142	524	17	11,9	2,0	17
	18	25.968	25.968	100	32,5	32,5	100
	67	1.094	1.094	100	4,5	4,5	100
	68A	6.769	6.769	100	4,1	4,1	100
	68B	498	0	0	2,1	0,0	0
	69	2.472	2.472	100	3,0	3,0	100
	70	2.228	773	35	7,5	2,6	35
	71B	1.282	267	21	5,8	1,2	21
	72C	1.114	0	0	4,8	0,0	0
Total		136.419	118.979	87	405,3	345,6	85

Uma possível forma de quantificar como receita a ociosidade observada no cenário 2, seria a de realizar uma simulação separada para as árvores remanescentes (15% do total) e acrescentar o resultado à receita obtida para o cenário 2. Porém, esta simulação deveria basear-se nos mesmos supostos adotados para o cenário 3, ou seja, deveria haver demanda

suficiente para a totalidade do volume obtido nas simulações. De todas maneiras, adicionando de forma grosseira a ociosidade em área (13%) ou em frequência (15%) ao acréscimo do cenário 2 com respeito ao volume obtido no cenário real (9%), seriam obtidos valores de acréscimo oscilando entre 22% a 24%.

O sistema desenvolvido poderia até eventualmente ser utilizado para selecionar os talhões a entrar em corte em função do estoque existente por tipo de produto e da demanda correspondente. Porém, para esta finalidade deveria ser avaliado um grande número de talhões e, ao não estar levando em consideração restrições de longo prazo, a escolha feita pelo sistema acabaria sendo uma otimização temporária, prejudicando as atividades de colheita e abastecimento em anos futuros. Este último aspecto é particularmente perigoso pelo fato de estarem embutidos nos coeficientes da função objetivo os custos de transporte. Os talhões mais inacessíveis obviamente serão os últimos a serem utilizados nas simulações, permanecendo para anos futuros enquanto não aparecerem opções mais vantajosas.

Pode-se observar que na solução ótima adotada pelo MGOS no cenário 2 são utilizadas, em termos relativos, mais árvores do que hectares para satisfazer às mesmas restrições de demanda. Os complementos das percentagens totais de utilização que constam na Tabela 8 refletem uma ociosidade de 13% no número total de árvores e de 15% na área utilizada. Esta ociosidade é consequência do fato de que os talhões 74, 75 e 77 do projeto Oesp 72-III, e os talhões 7, 10, 17B, 70 e 71B do projeto Oesp 73, foram utilizados apenas parcialmente na solução ótima adotada pelo MGOS. Adicionalmente, os talhões 68B e 72C do projeto Oesp 73 nem sequer foram utilizados. Em outras palavras, uma vez que não foi necessária a utilização de todas as árvores disponíveis nos 32 talhões, o MGOS optou por utilizar aqueles talhões com frequências altas e árvores distribuídas preferencialmente nas classes diamétricas inferiores. Este fato pode ser melhor compreendido ao analisar

comparativamente os volumes dos produtos de menores diâmetros na ponta fina - produtos 6, 7 e 8 - obtidos nos cenários 1 e 2. A soma do volume total obtido destes três produtos no cenário 2 foi de 40.638 m³, enquanto que no cenário 1 foi de 31.805 m³ (Tabela 7).

Se não for utilizada uma certa tolerância nas restrições de demanda mínima e produção máxima, pode ocorrer que o MGOS não encontre nenhuma solução factível, já que na avaliação dos cenários simulados o sistema não admite que nenhuma tora aproveitável seja considerada como resíduo na floresta. Cabe perguntar se não teria sido possível obter exatamente os mesmos volumes para tipo de produto florestal. A resposta é não. De fato, ao tentar impor valores exatos aos volumes a serem colhidos na simulação através dos grupos de restrições [16] e [17] do MGOS, não foi encontrada nenhuma solução factível ao problema. Uma explicação pode ser encontrada no seguinte fato. Para o produto 8, por exemplo, que representa as toras para processo (8-18 / 2,4 m), os volumes reais obtidos no cenário 1 implicam na geração de grandes volumes adicionais de toras de maiores Diâmetros na Ponta Fina (DPF), como por exemplo, para serraria – produtos 4, 5, 6 e 7 – e laminação – produtos 1, 2 e 3 –. O sistema SOSFlor controla as dimensões ao longo dos fustes de modo a evitar que toras que poderiam ser utilizadas para fins mais nobres acabem sendo utilizadas na fábrica de pasta celulósica. Porém, na prática, nem sempre é isto o que acontece. Sabe-se que o custo, principalmente o custo financeiro, de interromper as atividades de uma grande planta de pasta celulósica é várias vezes superior ao desperdício que significa mandar toras de serraria ou laminação para a elaboração de pasta. Nada impediria, em princípio, que o sistema SOSFlor realizasse algumas exceções, tal como ocorre na prática, mas a conclusão mais útil que pode ser extraída é o fato de que as árvores que compõem os talhões utilizados nas simulações se distribuem em uma grande amplitude diamétrica, tal como pode ser observado na Tabela 4. Isto é uma consequência dos regimes de manejo aos quais os talhões foram submetidos.

Outra questão que explica a obtenção de volumes maiores do produto 8 no cenário real é a recuperação de toras e toretes depois de ocorrida a colheita, como uma maneira de reduzir o desperdício. Lamentavelmente não há ainda disponíveis modelos acurados que simulem a taxa de recuperação de toras para processo a partir de fustes quebrados, galhos, toras abandonadas de outros tipos de produtos, dentre outros. É altamente recomendável o estudo quantitativo minucioso e detalhado destes volumes que eventualmente poderiam ser recuperados da floresta. De posse destes modelos é relativamente simples incorporá-los ao sistema SOSFlor para que as simulações possam aumentar sua precisão.

As árvores das classes diamétricas inferiores constituem uma exceção ao discutido anteriormente, uma vez que delas, geralmente, apenas pode ser retirado um único tipo de produto florestal de pequenas dimensões (toras para processo, por exemplo). Entretanto, as restrições que controlam o equilíbrio entre a proporção das árvores retiradas em cada classe diamétrica de cada talhão (Eqs. 13, 14 e 15) não permitem que sejam utilizadas apenas as árvores de certas classes diamétricas, evidenciando a inter-relação existente entre as classes diamétricas e os volumes produzidos dos diferentes produtos em cada talhão.

Na Figura 5 são graficamente comparados os quatro cenários analisados a nível de volume, receita bruta, área e frequência.

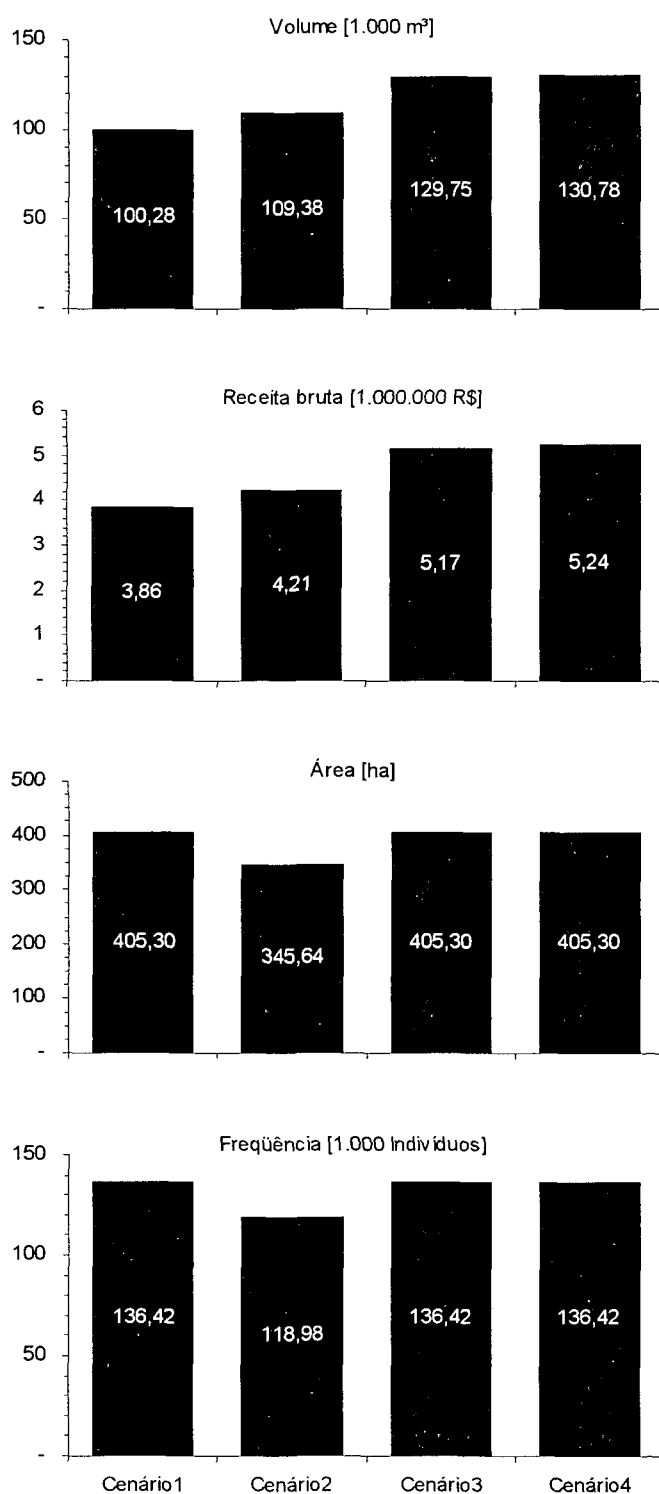


FIGURA 5: COMPARAÇÕES ENTRE VOLUME, RECEITA BRUTA, ÁREA E FREQUÊNCIA, ENTRE O CENÁRIO REAL (1) E OS TRÊS CENÁRIOS SIMULADOS (2 a 4). NOS VALORES DA RECEITA BRUTA ESTÃO DESCONTADOS OS CUSTOS DE TRANSPORTE

O volume e a receita apresentaram incrementos do cenário 1 para o cenário 2, e deste último para os cenários 3 e 4. Entretanto, o cenário 2 utilizou uma área menor e, conseqüentemente, um número menor de árvores do que o cenário real (Tabela 8). Já os cenários 3 e 4, ainda que apresentem diferenças modestas entre si, resumem bem a situação potencial que a empresa poderia estar usufruindo caso utilizasse melhor seu poder de mercado, ou seja, começasse a impor ao mercado certos produtos mais convenientes do ponto de vista financeiro.

Para os tomadores de decisões de qualquer empresa florestal, a grande vantagem de utilizar um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento, é o fato de poder avaliar diversos cenários de produção, alterar as dimensões dos produtos e avaliar os resultados, incluir e excluir determinados talhões, produtos, e clientes da análise, e tudo desde o gabinete. Em outras palavras, é possível virtualmente trasladar todos os projetos e talhões cujo planejamento está sendo executado, além dos clientes e os produtos por eles demandados, para dentro de um microcomputador e, em pouco tempo, realizar o sortimento conjunto de todas as árvores avaliando os resultados, tanto técnica como financeiramente.

Porém, vale lembrar que um modelo, por melhor planejado, construído, ajustado e calibrado que seja, será sempre uma representação abstrata da realidade (DYKSTRA, 1984). E é neste ponto que os resultados do sistema SOSFlor devem ser tomados como um guia de colheita e sortimento, uma vez que nunca poderão ser encontradas na floresta todas as árvores com as dimensões exatas tal como as utilizadas nas simulações; e mesmo que algumas delas fossem encontradas, provavelmente seus volumes e seus afilamentos não seriam exatamente os preditos pelas equações compatíveis de volume e afilamento utilizadas no módulo dendrométrico do sistema SOSFlor.

Os volumes totais por tipo de produto e talhão, obtidos através dos padrões ótimos de sortimento selecionados pelo MGOS, são apresentados na Tabela 9. Esta tabela apresenta um nível de detalhamento maior do que o da Tabela 7, ao discriminar os volumes por talhão. Na Tabela 10 é apresentado o número ótimo de toras selecionado através do MGOS para cada tipo de produto e talhão.

TABELA 9: VOLUMES OBTIDOS POR TIPO DE PRODUTO E TALHÃO ATRAVÉS DO MGOS PARA O CENÁRIO 2

Projeto	Talhão	Produto								Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	
		Volume [m³]								
Oesp 72-III	1	-	-	1.364,8	1.740,2	-	-	707,1	283,0	4.095,1
	2	-	-	2.280,9	-	3.910,1	-	1.680,5	793,7	8.665,3
	3	-	-	199,3	579,6	-	-	310,6	141,9	1.231,4
	5	-	-	423,3	-	1.429,6	-	696,9	286,9	2.836,7
	6	-	693,7	-	1.366,3	-	-	617,3	267,8	2.945,1
	74	-	-	-	-	-	18,9	57,5	27,6	104,1
	75	-	-	-	-	-	44,2	-	15,0	59,2
	76	-	139,4	-	-	451,0	-	232,0	88,9	911,3
	77	-	-	-	-	-	-	34,0	18,4	52,3
Oesp 73	3	-	1.469,6	-	-	1.737,5	-	570,4	309,8	4.087,2
	4	1.274,9	-	-	-	2.401,2	621,1	-	373,9	4.671,2
	5	468,6	-	-	-	378,4	113,3	-	64,6	1.025,0
	6	-	-	1.914,7	-	5.814,0	-	4.189,9	2.310,0	14.228,7
	7	-	-	-	-	-	166,4	-	84,0	250,4
	8B	-	-	1.440,0	-	1.987,8	-	825,3	327,5	4.580,6
	9	1.145,1	-	-	-	1.871,3	601,4	-	340,7	3.958,5
	10	-	-	-	-	-	791,6	447,0	896,4	2.135,1
	11	-	911,7	-	-	755,8	-	261,5	104,3	2.033,2
	12	-	415,9	-	493,7	-	-	139,4	66,3	1.115,3
	13	1.705,8	-	-	-	2.093,7	-	634,1	326,4	4.760,0
	14	-	722,4	-	1.913,0	-	-	1.567,6	607,5	4.810,4
	16	-	1.087,1	-	-	3.414,0	2.184,4	-	1.509,2	8.194,7
	17A	-	880,4	-	-	1.422,7	909,9	-	402,8	3.615,8
	17B	-	-	-	-	-	213,6	-	86,2	299,8
	18	3.785,0	-	-	-	10.283,0	-	5.704,8	3.122,3	22.895,1
	67	68,7	-	-	-	524,3	-	296,6	113,3	1.003,0
	68A	-	-	79,2	742,9	-	-	791,0	808,3	2.421,4
	68B	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	69	-	209,1	-	-	752,8	594,2	-	352,2	1.908,2
	70	-	-	-	-	-	158,9	74,5	100,0	333,4
	71B	-	-	-	-	-	116,5	-	36,4	152,9
	72C	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total		8.448,2	6.529,1	7.702,1	6.835,8	39.227,1	6.534,6	19.838,2	14.265,1	109380,2

Tanto as informações referentes ao volume contidas na Tabela 9, quanto aquelas referentes ao número de toras por tipo de produto apresentadas na Tabela 10, devem ser analisadas cautelosamente, uma vez que as frequências diamétricas por talhão, utilizadas como dados de entrada pelo sistema SOSFlor, provêm de inventários florestais, ou seja, que implicam em algum tipo de erro de amostragem.

TABELA 10: NÚMERO DE TORAS POR TIPO PRODUTO E TALHÃO OBTIDOS ATRAVÉS DO MGOS PARA O CENÁRIO 2

Projeto	Talhão	Produto								Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	
		Número de toras								
Oesp 72-III	1	-	-	4.462	7.698	-	-	6.914	6.573	25.648
	2	-	-	7.706	-	21.193	-	17.542	18.353	64.795
	3	-	-	681	2.683	-	-	3.240	3.323	9.927
	5	-	-	1.408	-	7.711	-	7.099	6.548	22.766
	6	-	2.082	-	6.206	-	-	6.343	6.329	20.961
	74	-	-	-	-	-	159	649	726	1.534
	75	-	-	-	-	-	364	-	392	756
	76	-	437	-	-	2.440	-	2.453	2.062	7.392
	77	-	-	-	-	-	-	374	458	832
Oesp 73	3	-	4.415	-	-	8.939	-	5.710	6.973	26.036
	4	3.315	-	-	-	12.269	4.671	-	8.083	28.338
	5	1.206	-	-	-	1.936	871	-	1.434	5.447
	6	-	-	7.088	-	32.298	-	45.571	57.829	142.786
	7	-	-	-	-	-	1.386	-	2.016	3.402
	8B	-	-	4.743	-	10.199	-	8.308	7.626	30.876
	9	2.981	-	-	-	9.715	4.637	-	7.360	24.693
	10	-	-	-	-	-	6.672	6.072	25.212	37.956
	11	-	2.736	-	-	3.821	-	2.544	2.371	11.472
	12	-	1.259	-	2.170	-	-	1.376	1.494	6.299
	13	4.403	-	-	-	10.693	-	6.346	7.086	28.527
	14	-	2.273	-	9.180	-	-	16.740	14.220	42.413
	16	-	3.416	-	-	18.884	18.615	-	38.516	79.431
	17A	-	2.641	-	-	7.812	7.384	-	9.691	27.528
	17B	-	-	-	-	-	1.737	-	2.154	3.891
	18	9.978	-	-	-	55.348	-	60.808	77.708	203.840
	67	189	-	-	-	2.903	-	3.096	2.525	8.712
	68A	-	-	279	3.768	-	-	9.041	22.070	35.158
	68B	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	69	-	693	-	-	4.299	5.040	-	8.613	18.645
	70	-	-	-	-	-	1.238	1.020	2.700	4.958
	71B	-	-	-	-	-	945	-	922	1.868
	72C	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total		22.071	19.952	26.367	31.706	210.459	53.719	211.245	351.367	926.886

Na Figura 6 é apresentada de forma percentual a fração de cada tipo de produto florestal que deve ser retirada de cada talhão, segundo a solução ótima indicada pelo MGOS. Pode ser observado que alguns talhões se caracterizam por fornecerem o produto 1 (35 acima / 3,6 m), outros por fornecerem o produto 2 (35 acima / 2,6 m), e outros por fornecerem o produto 3 (35 acima / 2,4 m). Este tipo de informação é de extrema utilidade no auxílio à tomada de decisões de manejo e sortimento florestal.

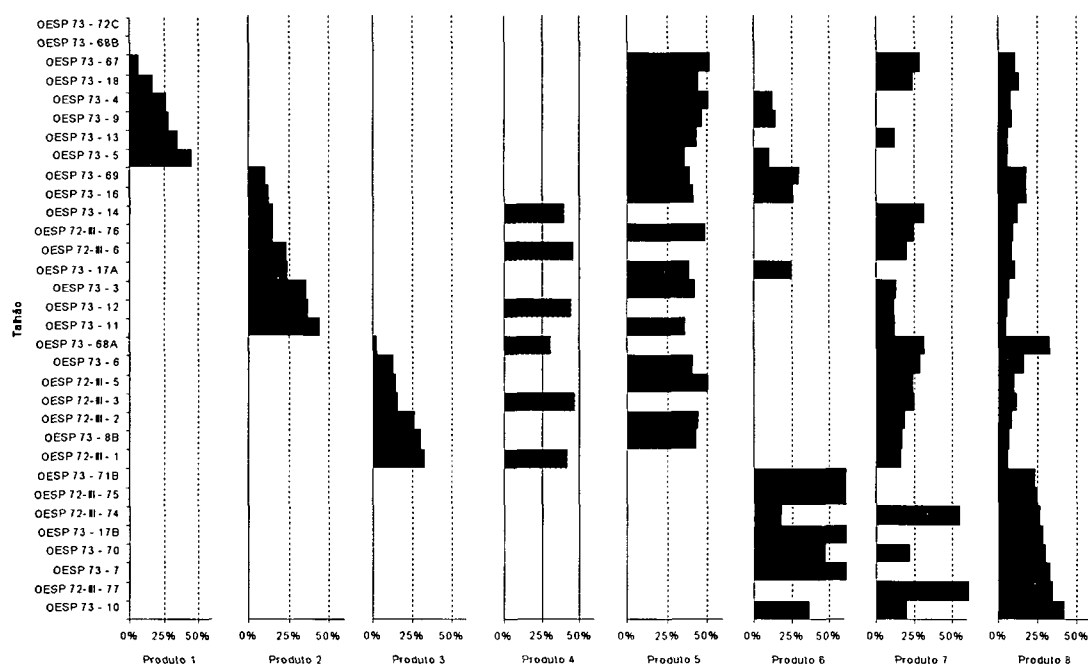


FIGURA 6: SORTIMENTO ÓTIMO SELECIONADO POR TALHÃO NO CENÁRIO 2. CADA UM DOS OITO HISTOGRAMAS VERTICAIS REPRESENTA O PERCENTUAL DE VOLUME COLHIDO CORRESPONDENTE AO PRODUTO INDICADO ABAIXO DO HISTOGRAMA. AS PERCENTAGENS SOMAM 100% NO SENTIDO HORIZONTAL

Na Figura 6 fica claramente evidenciado o fato de que nenhum talhão produz mais do que um tipo diferente de toras para laminação. Este aspecto é explicado pelo conjunto de restrições [22], [23] e [24] do MGOS, o qual impõe um número máximo de produtos

diferentes que podem ser retirados de cada talhão. O sistema SOSFlor não considera no MGPC a geração de padrões com desperdício, como, por exemplo, a obtenção apenas de toras para laminação (Diâmetro na Ponta Fina - DPF acima de 35 cm) a partir de árvores de grandes dimensões. E conseqüentemente, é difícil que possam ser obtidos da mesma árvore dois ou mais tipos diferentes de toras para laminação, devido ao fato de que destas mesmas árvores deverão ser obtidas, além das toras para laminação, outras toras para serraria e processo.

Pode-se observar ainda no primeiro histograma vertical do lado direito da Figura 6, que praticamente todos os talhões produzem um certo volume de toras para processo (produto 8: 8-18 cm / 2,4). Considerando-se que este é o único tipo de produto com DPF entre 8 e 18 cm utilizado nas simulações, e que até a menor das árvores comerciais produz pelo menos uma tora deste tipo de produto (se não for assim, a árvore não seria comercial), é claro que em todos os talhões deverá haver uma certa quantidade de toras para processo. Os talhões 68B e 72C, do projeto Oesp 73, constituem uma exceção a estas considerações. Pode ser observado na Tabela 9 e na Figura 6 que estes talhões não foram utilizados pelo MGOS para a produção de nenhum tipo de produto; em outras palavras, estes talhões não precisam ser cortados para atender às restrições de demanda. Ao fazer referência aos resultados apresentados na Tabela 8, já foi comentada a ociosidade tanto na frequência como na área utilizadas pelo MGOS na otimização.

A partir de alguns talhões apenas foram selecionados três, e até dois produtos diferentes. Este é o caso dos últimos talhões que constam na Figura 6. Deve ser mencionado neste ponto que para evitar quaisquer possíveis infactibilidades no modelo de PLIM do MGOS, as dimensões dos diferentes tipos de produtos florestais foram consideradas com uma certa flexibilidade. Nas simulações realizadas foram utilizadas tolerâncias de ± 5 mm no DPF e de ± 10 mm no comprimento. Estas tolerâncias praticamente não comprometem os

resultados obtidos pelo sistema SOSFlor, uma vez que as informações por ele geradas devem ser interpretadas mais como regras de sortimento e colheita do que critérios estritos de corte. Estes e alguns outros aspectos vinculados à aplicação e implementação deste tipo de sistemas de otimização florestal são discutidos na próxima seção.

4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA SOSFlor NAS ATIVIDADES DE CAMPO DO MANEJO FLORESTAL

Grande parte do tempo e dos recursos destinados ao desenvolvimento de sistemas de otimização florestal é despendida na implementação dos mesmos. Segundo a célebre frase de George B. Dantzig (1963), “o teste final de uma teoria é sua capacidade para resolver os problemas que a originaram”. Neste sentido é que a implementação efetiva constitui-se no teste final dos sistemas de otimização florestal.

Os resultados da análise, simulação e otimização gerados pelo sistema SOSFlor podem ser implementadas com diferentes níveis de detalhamento. Cada um destes níveis irá depender, dentre outros fatores, do grau de mecanização da colheita florestal que a empresa dispõe, do treinamento adquirido por parte dos responsáveis pelas atividades de campo e, principalmente, da precisão e acuracidade das funções dendrométricas utilizadas e dos dados de inventário florestal disponíveis. Desta maneira, quanto maior for a precisão das funções dendrométricas e dos dados de inventário, e quanto melhor capacitadas estiverem as pessoas envolvidas diretamente com as atividades de campo da colheita, melhores resultados poderão ser obtidos ao utilizar o sistema SOSFlor.

Na modelagem florestal geralmente são utilizadas funções hipsométricas $h = f(d)$, as quais criam uma relação biunívoca entre o diâmetro e a altura das árvores. Por este motivo, os

detalhes da variabilidade de alturas totais nas classes diamétricas são negligenciados. Portanto, de nada serve ao sistema SOSFlor solicitar a informação discriminada por diâmetros e alturas, uma vez que o que deveria ser uma nuvem de pontos na realidade é uma curva. O ajuste e utilização de distribuições bivariadas como, por exemplo, a distribuição S_{BB} , é altamente recomendável para conservar a variabilidade existente entre diâmetros e alturas. Os resultados da simulação e otimização utilizando estas distribuições poderão ser mais precisos, refletindo melhor a realidade. Entretanto, para poder ajustar este tipo de distribuições bivariadas, é preciso dispor de dados de campo que explorem as frequências diamétricas e hipsométricas reais dos talhões envolvidos na análise.

Inicialmente podem ser utilizadas apenas as informações referentes aos diferentes tipos de produtos que devem ser retirados de cada talhão, conforme indicado pela solução ótima do sistema. O pessoal responsável pela colheita deve ser orientado para a elaboração destes produtos nos diferentes talhões. Nesta fase, não é necessário utilizar as informações correspondentes aos volumes parciais e ao número de toras de cada produto que devem ser retirados de cada classe diamétrica e talhão. A informação dos produtos que devem ser elaborados em cada talhão continua respondendo ao objetivo de otimização do sistema SOSFlor. Apenas estariam sendo sub-utilizados alguns detalhes da informação gerada por este sistema.

Nos sistemas de colheita de madeira curta – *cut to length* –, a informação gerada pela solução ótima do sistema SOSFlor pode ser utilizada ao nível de classes diamétricas. Porém, devido ao fato de que a localização das árvores pertencentes às diferentes classes diamétricas em campo é aleatória, é preciso controlar as dimensões de cada árvore na hora de processá-la. Em outras palavras, é necessário, além de conhecer a classe diamétrica à qual cada árvore pertence, registrar rigorosamente as árvores que vão sendo processadas e os padrões de

sortimento utilizados nessas tarefas, uma vez que às vezes pode ser necessário processar as árvores da mesma classe e talhão de duas ou mais maneiras diferentes.

O inventário pré-corte, prática muito comum adotada nas empresas produtoras de matéria-prima florestal, pode ser planejado e executado de modo a permitir conhecer, com certa antecedência, a distribuição espacial das árvores de cada classe diamétrica. Eventualmente, até mesmo estas árvores podem ser identificadas e marcadas previamente para serem processadas com um determinado padrão de sortimento. É claro que o custo adicional de realizar esta tarefa deve ser contrastado com o ganho esperado ao implementar a solução ótima do sistema de uma maneira mais precisa. Para estas comparações é recomendável a realização de testes piloto, tanto para os inventários pré-corte mais detalhados como para a implementação dos padrões de sortimento gerados pelo sistema SOSFlor.

Ainda nos sistemas de colheita de madeira curta pode ser utilizado um *harvester* com cabeçote computadorizado. Neste caso, inicialmente são carregadas no computador do cabeçote do *harvester* as informações detalhadas do inventário pré-corte e dos padrões de sortimento que devem ser utilizados em cada classe diamétrica, segundo a solução ótima do sistema SOSFlor. Ao realizar o abate de uma árvore qualquer e iniciar seu processamento, o computador do cabeçote estima o diâmetro e a altura da mesma. Após o abate, o computador informa ao cabeçote a sequência de cortes que devem ser realizados nesse fuste em particular, levando em consideração a lista de padrões de sortimento a aplicar na classe à qual a árvore em questão pertence. Após o traçamento da árvore, as toras obtidas são cadastradas pelo processador e a lista de produtos que devem ser retirados do talhão em questão é atualizada. A identificação das toras dos diferentes produtos com pinturas de cores diferenciadas, tarefa esta que seria executada pelo próprio cabeçote dotado com implemento adequado, pode

simplificar a tarefa posterior de classificar, transportar e empilhar as mesmas segundo o tipo de produto ao qual pertencem.

Nos sistemas de colheita de madeira longa – *tree length* –, a implementação do sistema SOSFlor apresenta as maiores vantagens. Neste caso, as árvores são abatidas, desgalhadas e/ou destopadas na floresta. Os fustes são retirados para pátios intermediários de processamento. Nestes pátios, denominados também de *Holzhof* em alemão (MALINOVSKI e MALINOVSKI, 1998), são então realizadas diversas atividades: desgalhamento; descascamento; mensuração eletrônica dos fustes; traçamento em função dos padrões de sortimento indicados pela solução ótima do sistema; identificação dos tipos de multiprodutos com pinturas diferenciadas; e armazenamento em locais com sortimentos iguais. Desta maneira tem-se caracterizada uma verdadeira linha de produção de toras de multiprodutos dentro da floresta. Até mesmo, se for o caso, o próprio sistema SOSFlor pode ser executado nestes pátios de modo a gerar, para cada fuste retirado da floresta, o PCO através do MGPC. Neste caso não é realizada a otimização conjunta de todos os talhões que estão sendo avaliados (cenário 2). A otimização visa maximizar o valor do fuste a partir de lista de multiprodutos solicitados pelos clientes (cenário 3).

Em fim, diversas formas de implementação podem ser sugeridas e discutidas, mas a única forma de se ter certeza sobre a melhor maneira de implementar um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento como o sistema SOSFlor, é através da realização de testes piloto tanto no gabinete como no campo. Afortunadamente, os testes em gabinete podem ser realizados de maneira relativamente rápida e pouco dispendiosa. Já os testes de campo demoram mais tempo. Porém, por se tratar de atividades de inventário e colheita florestal, este tempo é várias vezes inferior ao tempo necessário para calibrar sistemas de otimização de longo prazo.

Com respeito à experiência computacional, os testes realizados com o sistema SOSFlor mostraram que o tempo computacional cresce consideravelmente com o aumento do tamanho do problema. Com quatro talhões, a solução ótima foi atingida em questão de minutos, utilizando um processador de 550 MHz (MGPC: 00:02:54 hs; MGOS: 00:05:42 hs). Na medida em que foram sendo incorporados mais talhões e a lista de multiprodutos diferentes foi se incrementando, o tempo de processamento cresceu consideravelmente. Nos testes finais, com 32 talhões e 8 tipos diferentes de multiprodutos, foram necessárias mais de duas horas de processamento para atingir a solução ótima (MGPC: 00:14:41 hs; MGOS: 02:08:12 hs).

4.4 VINCULAÇÃO COM OUTROS SISTEMAS DE OTIMIZAÇÃO FLORESTAL DE CURTO E LONGO PRAZO

O sistema de análise, simulação e otimização do sortimento desenvolvido no presente trabalho (SOSFlor) pode ser vinculado a outros sistemas de auxílio à tomada de decisões florestais de curto e longo prazo. Já foi brevemente discutida, ao avaliar os resultados da Tabela 8, a possibilidade de utilizar o sistema para selecionar os talhões a entrar em corte em função do estoque existente por tipo de produto e da demanda correspondente. Porém, neste ponto devem ser claramente identificados os aspectos de influenciam as decisões de curto, médio e longo prazo que os administradores do recurso florestal devem tomar.

Primeiramente é conveniente diferenciar os conceitos de curto e longo prazo. O curto prazo, independentemente de se tratar de dias, meses ou até anos, é aquele prazo no qual pelo menos um dos fatores de produção (mão-de-obra, capital e recursos naturais) deve permanecer constante. O agendamento da frota de caminhões para o transporte de toras, por

exemplo, é o caso de decisões de curto prazo que devem ser adotadas pela empresa. Neste caso, tanto a frota de caminhões como as toras a transportar dificilmente possam ser substituídas de um dia para o outro. Já o longo prazo é aquele prazo no qual todos os fatores da produção podem ser alterados. O planejamento florestal estratégico, por exemplo, pode ser considerado como um conjunto de decisões de longo prazo a serem adotadas pela empresa, uma vez que no período mínimo de uma rotação da totalidade dos talhões, praticamente tudo pode ser alterado (espécies, regimes de manejo, áreas de plantio, etc.). O denominado prazo médio na realidade representa uma situação intermédia entre o curto e o longo prazo. Porém, a rigor, qualquer decisão que não for de curto prazo é de longo prazo.

O sistema desenvolvido no presente trabalho, caracterizado como um sistema de curto a médio prazo, pode perfeitamente se complementar com sistemas de otimização de regimes de manejo florestal, de longo prazo, e com sistemas de otimização do transporte, de curto prazo. Os sistemas de planejamento florestal estratégico tipicamente consideram um único sortimento padrão para os talhões nas diferentes idades e regimes de manejo. É neste ponto que o sistema SOSFlor pode auxiliar na geração de diferentes opções de sortimento para cada idade e regime de manejo. Já os sistemas de agendamento, por exemplo, cuja finalidade basicamente é a de reduzir os custos do transporte florestal, podem ser vinculados de modo a aprimorar as informações de custos de frete consideradas nos coeficientes da função objetivo do sistema SOSFlor.

O sistema OPTICORT (EPSTEIN et al., 1999), desenvolvido no Chile com a finalidade de otimizar o corte de talhões florestais em função dos pedidos dos clientes, dentre diversas outras restrições, faz parte de uma verdadeira malha de sistemas de otimização de longo prazo (PLANEX) e curto prazo (ASICAM).

De maneira análoga, o sistema de planejamento florestal estratégico PLANEPISA (CARNIERI et al., 1991), e o sistema de programação do transporte SPT-PISA (ARCE, 1997; ARCE et al., 1998), desenvolvidos no Brasil para empresas florestais, podem ser vinculados ao sistema SOSFlor de modo a auxiliar nas decisões de longo, médio e curto prazos a serem tomadas pela cúpula gerencial das empresas. A possibilidade de simular, avaliar e otimizar de forma conjunta diversos cenários de curto, médio e longo prazos se torna, sem dúvida alguma, uma ferramenta de valor incalculável para os administradores do recurso florestal.

Os sistemas para o planejamento florestal estratégico das empresas tipicamente possuem modelos de crescimento e produção incorporados para realizar as simulações. As saídas destes modelos geralmente consistem nas distribuições diamétricas estimadas para os talhões nas diferentes idades de simulação, em função do regime de manejo adotado. E estas distribuições diamétricas e suas correspondentes funções hipsométricas, de volume e afilamento seriam precisamente as entradas do sistema SOSFlor, além, é claro, das informações correspondentes à demanda por tipo de multiproduto, seus correspondentes preços, os custos de transporte, etc. Estas últimas informações são, geralmente, as menos precisas do ponto de vista das estimativas futuras; porém, nada impede de se realizar as simulações mantendo os fatores externos inalterados – *ceteris paribus*, termo rotineiramente empregado nas ciências econômicas –, ou até mesmo criando diversos cenários de multiprodutos, preços, custos de transporte, regimes de manejo, sistemas de colheita, etc.

Esta interação entre os sistemas de longo, médio e curto prazo apresenta uma certa analogia com as decisões que usualmente são tomadas nas empresas produtoras florestais. Em primeiro lugar, a empresa deve definir o alvo principal de sua produção (espécies, rotação, podas e/ou desbastes, multiprodutos, sítios de plantio, compra e venda de terras, etc.). Estas decisões, que normalmente contemplam horizontes de planejamento de vários anos, podem

muito bem receber o auxílio dos sistemas de otimização de longo prazo. Logo, apenas o(s) primeiro(s) ano(s) das respostas otimizadas de longo prazo é(são) implementado(s), e é neste ponto que os sistemas de otimização de médio prazo, como o desenvolvido na presente pesquisa, entram em cena, auxiliando nas decisões de colheita, sortimento, preparação e construção de estradas, etc. Por último, uma vez geradas as saídas otimizadas dos sistemas de colheita, os sistemas de curto prazo cumprem sua função de gerar, por exemplo, os programas de transporte e alocação de mão-de-obra e máquinas, seleção ótima dos pátios de armazenamento de toras e entrepostos, controle e dimensionamento adequado do estoque tanto na floresta como nos pátios dos clientes, etc.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

As conclusões obtidas a partir deste trabalho, bem como algumas recomendações pertinentes, abrangem tanto aspectos técnico-científicos como aqueles vinculados ao campo prático, operacional. Na sequência são apresentados alguns destes aspectos.

- Os três cenários simulados: *a)* em função da demanda e dos custos de transporte; *b)* em função da oferta; e *c)* visando a maximização da receita até o DPF de cada árvore, possibilitam a geração de acréscimos substanciais na receita bruta, descontados os custos de transporte.
- A Programação Dinâmica (PD), utilizada na geração do Padrão Ótimo de Corte (PCO), garante a otimalidade da solução encontrada.
- A geração do PCO pode ser implementada através de uma modificação do problema da mochila (*knapsack problem*).
- A Programação Linear Inteira Mista (PLIM), utilizada no Módulo Global de Otimização do Sortimento (MGOS), permite selecionar os padrões ótimos de corte, para cada classe diamétrica e talhão, de modo a maximizar globalmente a receita bruta do conjunto de talhões analisados, descontados os custos de transporte.
- A quantidade e o tipo de multiprodutos a serem retirados de cada talhão podem ser controlados pelas variáveis binárias y_{il} do MGOS.
- A implementação do sistema desenvolvido exige uma utilização mais intensiva e qualificada da mão-de-obra nas atividades florestais de campo.
- É altamente recomendável a pesquisa intensiva de outras ferramentas de otimização visando reduzir a complexidade do MGOS formulado como PLIM. A utilização de regras heurísticas poderia ser uma maneira de obter ganhos na eficiência computacional. Em

particular recomenda-se o desenvolvimento de algum Método de Geração de Colunas associado à Programação Linear Inteira (PLI).

- Para a resolução do MGOS, é conveniente a realização de testes com outros pacotes de PLIM disponíveis no mercado, com módulos heurísticos para acelerar a convergência do algoritmo “*branch-and-bound*”.
- É recomendável que a implementação do sistema SOSFlor, na prática, seja realizada de forma paulatina, acompanhando bem de perto o treinamento do pessoal envolvido com as atividades de colheita.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBERS D.J.; ALEXANDERSON G.L.; REID C. 1990. **More mathematical people: contemporary conversations**. 1st ed. USA. 375 p.
- ARENALES M.N.; MORABITO R. 1997. O problema de corte e empacotamento e aplicações industriais. **In: XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional e 2ª Oficina Nacional de PCE**. Gramado-RS, 8-12/9/1997. 146 p.
- ARCE J.E. 1997. **Um sistema de programação do transporte principal de multiprodutos florestais visando a minimização de custos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal – UFPR). 98 p.
- ARCE J.E.; CARNIERI C.; MENDES J.B. 1998. Un sistema de programación del transporte forestal principal objetivando la minimización de costos **In: IX CLAIO - IX Congreso Latinoiberoamericano de Investigación Operativa**, Buenos Aires, Argentina. Anais em CD ROM p. 288 –296.
- ARCE J.E.; CARNIERI C.; SANQUETTA C.R.; FIGUEIREDO FILHO A. 1999. Patrones individuales óptimos de corte para la obtención de multiprodutos forestales **In: Primer Congreso Forestal Latinoamericano**, Lima, Perú. Actas del Congreso.
- BELLMAN R.E.; DREYFUS S.E. 1962. **Applied dynamic programming**. Princeton University Press, Princeton, NJ. 363 p.
- BORGES J.F. 1981. **Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial**. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná. 81 p.
- BUONGIORNO J.; GILLESS J.K. 1987. **Forest management and economics. A primer in Quantitative Methods**. Macmillan Publishing Co. New York. 285 p.
- CARNIERI C. 1989. **Planejamento florestal otimizado via redes de manejo**. Tese de Doutorado em Eng. Elétrica. Depto. de Engenharia de Sistemas, UNICAMP. 144 p.
- CARNIERI C.; GAVINHO L.G.; MAESTRI R. 1991. Um sistema de planejamento florestal. **In: II Encontro de Planejamento Florestal**. EMBRAPA-CNPQ, Curitiba. Anais: 333-346.
- CARNIERI C.; MENDOZA G.A.; GAVINHO L.G. 1994a. Solution procedures for cutting lumber into furniture parts. **European Journal of Operational Research** 73: 495-501.
- CARNIERI C.; MENDOZA G.A.; GAVINHO L.G. 1994b. Optimal cutting of lumber and particleboards into dimension parts: some algorithms and solution procedures. **Wood and Fiber Science** 26(1): 131-141.

- DAKIN R.J. 1965. A Tree-Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problems. **Computer Journal** 8: 250-255.
- DANTZIG G.B. 1963. **Linear Programming and Extensions**. Princeton University Press, Princeton, NJ. 627 p.
- DEADMAN M.W.; GOULDING C.J. 1978. A method for assessment of recoverable volume by log types. **N. Z. For. Sci.** 9(2): 225-239.
- DYKSTRA D.P. 1984. **Mathematical programming for natural resource management**. McGraw Hill Book Co. New York. 318 p.
- ENG G.; DAELLENBACH H.G. 1985. Forest outturn optimization by Dantzig-Wolfe decomposition and dynamic programming column generation. **Op. Res.** 33(2): 459-464.
- ENG G.; DAELLENBACH H.G.; WHYTE A.G.D. 1986. Bucking tree-length stems optimally. **Can. J. For. Res.** 16: 1030-1035.
- EPSTEIN R.; MORALES R.; SERÓN J.; WEINTRAUB A. 1999. Use of OR Systems in the Chilean Forest Industries. **Interfaces** 29(1): 7-29.
- FAALAND B.; BRIGGS D. 1984. Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. **Management Science** 30(2): 245-257.
- FINGER C.A.G. 1988. **Padronização dos símbolos florestais**. UFSM/CEPEF/FATES. Santa Maria, RS. 11p.
- GILMORE P.C.; GOMORY R.E. 1961. A linear programming approach to the cutting stock problem. **Op. Res.** 9: 848-859.
- GILMORE P.C.; GOMORY R.E. 1963. A linear programming approach to the cutting stock problem, Part II. **Op. Res.** 11: 863-888.
- GILMORE P.C.; GOMORY R.E. 1965. Multi-stage stock cutting problems of two or more dimensions. **Op. Res.** 13: 94-120.
- GREGERSEN H.; CONTRERAS A. 1980. **Análisis económico de proyectos forestales**. FAO Montes. Roma.
- HAESSLER R.W.; SWEENEY P.E. 1991. Cutting stock problems and solution procedures. **European Journal of Operational Research** 54: 141-150.

- JORGE L.A.B. 1982. **Utilização de curvas de forma em séries relativas transformadas nas estimativas de volumes totais e parciais de árvores de *Pinus taeda* L.** Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná. 91 p.
- LAND A.H.; DOIG A.G. 1960. An automatic method of solving discrete programming problems. **Econometrica** 28: 497-520.
- LAROZE A.J. 1999. A linear programming, tabu search method for solving forest-level bucking optimization problems. **For. Sci.** 45(1): 108-116.
- LAROZE A.J.; GREBER B.J. 1997. Using tabu search to generate stand-level, rule-based bucking patterns. **For. Sci.** 43(2): 157-169.
- LINDO SYSTEMS INC. 1996. **LINDO User's manual**. USA. 390 p.
- MALINOVSKI R.A.; MALINOVSKI J.R. 1998. **Evolução dos sistemas de colheita de pinus na região sul do Brasil**. FUPEF. 138 p.
- MANESS T.C.; ADAMS D.A. 1991. The combined optimization of log bucking and sawing strategies. **Wood and Fiber Science** 23(2): 296-314.
- MENDOZA G.A.; BARE B.B. 1986. A two-stage decision model for log bucking and allocation. **For. Prod. J.** 36(10): 70-74.
- MORGADO A.C.O.; CARVALHO J.B.P.; CARVALHO P.C.P.; FERNANDES P. 1991. **Análise combinatória e probabilidade**. Sociedade Brasileira de Matemática. 171 p.
- NEWHAM D.H. 1975. **LOGPLAN: A model for planning logging operations**. Ottawa. Information Report FMR-X, 77. 59 p.
- OLIVEIRA E.B. de. 1995. **Um sistema computadorizado de prognose do crescimento e produção de *Pinus taeda* L., com critérios quantitativos para a avaliação técnica e econômica de regimes de manejo**. Tese (Doutorado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná. 134 p.
- PEARSE P.H.; SYDNEYSMITH S. 1966. Method for allocating logs among several utilization processes. **For. Prod. J.** 16(9): 87-99.
- PICKENS J.B. THROOP S.A.; FRENDEWEY J.O. 1997. Choosing prices to optimally buck hardwood logs with multiple log-length demand restrictions. **For. Sci.** 43(3): 403-413.
- PNEVMATICOS S.M.; MANN S.H. 1972. Dynamic programming in tree bucking. **For. Prod. J.** 22(2): 26-30.

- REINDERS M.P.; HENDRIKS Th.H.B. 1989. Lumber production optimization. **European Journal of Operational Research** 42: 243-253.
- RÖNNQVIST M.; RYAN D. 1997. **Solving trucks dispatch problems in real time**. Division of Optimization / MAI, Linköping Institute of Technology, Sweden. 15 p.
- SBM. 1994. Sociedade Brasileira de Matemática. **Rev. do Prof. de Matemática** N° 25.
- SCHILKRUT A.C.; WURMANN D.K. 1993. Desarrollo de modelos matemáticos aplicados al transporte en el sector forestal. **Ingeniería de Sistemas** 10(2).
- SCHRAGE L. 1997. **Optimization modeling with LINDO. 5th Edition**. Duxbury Press, USA. 470 p.
- SESSIONS J. 1988. Making better tree-bucking decisions in the woods. **J. For.** 86(10): 43-45.
- SESSIONS J. GARLAND J.; OLSEN E. 1989a. Testing Computer-aided bucking at the stump. **J. For.** 89(4): 43-46.
- SESSIONS J. OLSEN E.; GARLAND J. 1989b. Tree bucking for optimal stand value with log allocation constraints. **For. Sci.** 35(1): 271-276.
- SMITH W.G.; HARRELL C. 1961. Linear programming in log production. **Forest Prod. J.** 11(1): 8-11.
- TAHA H.A. 1994. **Investigación de operaciones. 5ª ed.** Ed. Alfaomega, México. 960 p.
- WANG P.Y. 1983. Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problem. **Op. Res.** 31: 573-586.
- WEINTRAUB A.; BARAHONA F.; EPSTEIN R. 1994. A column generation algorithm for solving general forest planning problems with adjacency constraints. **For. Sci** 40(1): 142-161.
- WEINTRAUB A.; CÓRDOVA F.; MORALES R.; MERCADER J.M.; TABENSKY N.; MAGENDZO A. 1990. **An expert systems approach to short term forest management**. Manuscrito inédito.
- WEINTRAUB A.; EPSTEIN R.; MORALES R.; SERON J. 1990. Un sistema de asignación al transporte de productos forestales. **Ingeniería de Sistemas** 7(1): 73-81.
- ZIONTS S. 1974. **Linear and Integer Programming**. Prentice-Hall, Inc.USA. 514 p.

GLOSSÁRIO

d	Diâmetro a 1,30 m de altura [cm].
d_i	Diâmetro do fuste sem casca a uma determinada altura h_i [cm].
DPF	Diâmetro na Ponta Fina.
FO	Função Objetivo do modelo de PL.
h	Altura total da árvore da base ao ápice [m].
h_i	Altura do fuste correspondente ao diâmetro sem casca d_i [m].
h_1	Altura absoluta do início da seção [m].
h_2	Altura absoluta no final da seção [m].
MGNU	Módulo Gerador de Números Úteis.
MGOS	Módulo Global de Otimização do Sortimento.
MGPC	Módulo Gerador dos Padrões de Corte.
N_{PC}	Número Potencial de Padrões de Corte.
SOSFlor	Nome dado ao Sistema de análise, simulação e Otimização do Sortimento Florestal desenvolvido no presente trabalho.
PCE	Problema de Corte e Empacotamento.
PCO	Padrão de Corte Ótimo.
PD	Programação Dinâmica.
PL	Programação Linear.
PLI	Programação Linear Inteira (ILP - <i>Integer Linear Programming</i>).
PLIM	Programação Linear Inteira Mista (MILP - <i>Mixed Integer Linear Programming</i>).
PM	Problema da Mochila.
PNL	Programação Não-Linear.
PO	Pesquisa Operacional.
Regra 1	Regra heurística do ordenamento decrescente dos produtos em função de suas dimensões – comprimentos e diâmetros.
Regra 2	Regra heurística do controle dimensional dos produtos e do fuste.
RHS	Vetor \mathbf{b} das demandas, que contém as constantes do segundo termo das restrições do modelo de PL (<i>Right Hand Side</i>).
v_i	volume parcial sem casca da seção – tora – compreendida entre h_1 e h_2 , para a árvore de d , h e v_{sc} conhecidos [m ³].
v_{sc}	volume total sem casca da árvore de d e h conhecidos [m ³].

ANEXOS

Anexo A. FUNÇÕES HIPSOMÉTRICAS, DE VOLUME, E DE AFILAMENTO

Funções hipsométricas

As funções hipsométricas fornecidas pela empresa foram ajustadas para cada talhão separadamente. A forma genérica destas equações é a seguinte.

$$h = e^{(a_0 - a_1 \cdot d^{-1})}$$

onde:

h = altura total estimada da árvore de d conhecido [m]; e,

d = diâmetro à altura do peito, medido a 1,30 m do solo [cm].

e = base dos logaritmos naturais ou neperianos ($e = 2,718281828$);

a_0, a_1 = parâmetros da função.

Os coeficientes a e b utilizados para testar o sistema SOSFlor estão detalhados, para cada talhão utilizado, na Tabela 3 da página 62 no texto principal.

Equação de volume

As funções de volume e afilamento compatíveis fornecidas pela empresa permitem, através da integração numérica definida, obter as expressões equivalentes para calcular o volume parcial para qualquer seção do fuste de d e h conhecidos.

$$v_{sc} = e^{-11,1107} \cdot d^{1,9616} \cdot \left(\frac{h^2}{h - 1,3} \right)^{1,2501}$$

onde:

v_{sc} = volume total sem casca da árvore de d e h conhecidos [m³];

Equação de afilamento

$$d_i^2 = \frac{v_{sc}}{\pi \cdot h} \left(0,8078x - 1,5308x^2 + 27,1857x^3 - 54,0571x^4 + 31,1281x^5 - 9,8762x^{28} + 9,5377x^{34} \right) \frac{1}{40.000}$$

onde:

d_i = diâmetro dos fuste a uma determinada altura h_i [cm];

x = altura relativa [m], segundo a expressão $x = \left[\frac{(h - h_i)}{h} \right]$

Forma integral da equação de afilamento

$$v_i = \frac{v_{sc}}{\pi \cdot h} \cdot \left[0,8078 \frac{h \cdot h_i - 0,5h_i^2}{h} + 0,5103 \frac{(h - h_i)^3}{h^2} - 6,7964 \frac{(h - h_i)^4}{h^3} + 10,8114 \frac{(h - h_i)^5}{h^4} - 5,1880 \frac{(h - h_i)^6}{h^5} \right. \\ \left. + 0,3406 \frac{(h - h_i)^{29}}{h^{28}} - 0,2725 \frac{(h - h_i)^{35}}{h^{34}} \right] \Big|_{h_i}^{h_2}$$

onde:

v_i = volume parcial sem casca da seção – tora – compreendida entre h_1 e h_2 , para a árvore de d , h e v_{sc} conhecidos [m³];

h_1 = altura absoluta do início da seção [m]; e,

h_2 = altura absoluta do final da seção [m].

Exemplo numérico

Seja uma árvore pertencente a classe diamétrica de 29 cm. Deseja-se conhecer o volume da primeira tora de comprimento 3,60 m, obtida a partir da base do fuste, considerando um toco de 20 cm.

Inicialmente é obtida a altura total da árvore, através da função hipsométrica do talhão.

$$h = e^{(3,402 - 5,472 \cdot 29^{-1})} = 24,86 \text{ m.}$$

Logo é obtido o volume total da árvore, através da função volumétrica.

$$v_{sc} = e^{-11,1107} \cdot 29^{1,9616} \cdot \left(\frac{24,86^2}{24,86 - 1,3} \right)^{1,2501} = 0,6561 \text{ m}^3.$$

Finalmente é obtido o volume parcial da primeira tora de 3,60 m de comprimento, compreendida entre as alturas de 0,20 e 3,80 m, através da integração numérica da função de afilamento entre os referidos pontos.

$$v_i = \frac{v_{sc}}{h} \cdot \left[0,8078 \frac{h \cdot hi - 0,5hi^2}{h} + 0,5103 \frac{(h-hi)^3}{h^2} - 6,7964 \frac{(h-hi)^4}{h^3} + 10,8114 \frac{(h-hi)^5}{h^4} - 5,1880 \frac{(h-hi)^6}{h^5} + 0,3406 \frac{(h-hi)^{29}}{h^{28}} - 0,2725 \frac{(h-hi)^{35}}{h^{34}} \right]_{0,2}^{3,8}$$

$$v_i = \frac{0,6561}{24,86} \cdot \left[\left(0,8078 \frac{24,86 \cdot 3,8 - 0,5 \cdot 3,8^2}{24,86} + 0,5103 \frac{(24,86 - 3,8)^3}{24,86^2} - 6,7964 \frac{(24,86 - 3,8)^4}{24,86^3} + 10,8114 \frac{(24,86 - 3,8)^5}{24,86^4} - 5,1880 \frac{(24,86 - 3,8)^6}{24,86^5} + 0,3406 \frac{(24,86 - 3,8)^{29}}{24,86^{28}} - 0,2725 \frac{(24,86 - 3,8)^{35}}{24,86^{34}} \right) - \left(0,8078 \frac{24,86 \cdot 0,2 - 0,5 \cdot 0,2^2}{24,86} + 0,5103 \frac{(24,86 - 0,2)^3}{24,86^2} - 6,7964 \frac{(24,86 - 0,2)^4}{24,86^3} + 10,8114 \frac{(24,86 - 0,2)^5}{24,86^4} - 5,1880 \frac{(24,86 - 0,2)^6}{24,86^5} + 0,3406 \frac{(24,86 - 0,2)^{29}}{24,86^{28}} - 0,2725 \frac{(24,86 - 0,2)^{35}}{24,86^{34}} \right) \right]$$

$$v_i = 0,026392 \cdot [(2,835034 + 7,712054 - 87,018306 + 117,265450 - 47,670090 + 0,068937 - 0,020388) - (0,160910 + 12,381527 - 163,587247 + 258,133044 - 122,872361 + 6,698221 - 5,106166)]$$

$$v_i = 0,026392 \cdot [-6,827308 - (-14,192072)] = 0,026392 \cdot 7,364764$$

$$v_i = 0,194369 \text{ m}^3$$

Desta maneira, tem-se que o volume da primeira tora de 3,60 m de comprimento, retirada a partir da base da árvore considerando um toco de 20 cm, possui um volume sem casca de 0,1944 m³.

Obtenção de alturas em função do diâmetro

Um problema clássico da dendrometria é a obtenção da altura h_i no fuste correspondente a um determinado diâmetro d_i , a partir de funções de afilamento polinomiais de grau elevado. A questão básica se resume na obtenção das raízes do polinômio.

A descoberta pelo indiano Báskara da solução algébrica para as equações polinomiais de segundo grau data de vários séculos antes de Cristo. As equações polinomiais de terceiro e quarto graus tiveram suas correspondentes soluções algébricas descobertas por Tartaglia no século XVI. E para as equações polinomiais de quinto grau genéricas e superiores, o sueco Nils Abel demonstrou no século XIX que não existe solução algébrica para encontrar suas raízes, devendo as mesmas, portanto, serem obtidas através de métodos iterativos (SBM, 1994).

Um dos métodos iterativos que permitem encontrar as raízes de polinômios de quinto grau e superiores é o Método da Bisseção. Este método, bem conhecido e descrito na literatura, foi implementado para localizar, através da função de afilamento polinomial descrita na seção anterior, a altura h_i correspondente a qualquer diâmetro d_i no fuste. A seguir é apresentado o pseudocódigo do algoritmo do Método da Bisseção.

<i>Passo 1.</i>	Defina $h = 0$ e $\Delta h = 10$.
<i>Passo 2.</i>	Calcule $d = f(h)$ utilizando a função de afilamento desejada.
<i>Passo 3.</i>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 5px;"> <div>Se $d > d_i$, faça $h \leftarrow h + \Delta h$.</div> <div>Se $d < d_i$, faça $h \leftarrow h - \Delta h$.</div> <div>Se $d = d_i$, vá para o <i>Passo 5</i>.</div> </div> <div style="flex: 1; font-size: 3em; padding: 0 10px;">}</div> <div> h, d e d_i arredondados para n^* casas decimais. </div> </div> </div>
<i>Passo 4.</i>	Faça $\Delta h \leftarrow \frac{1}{2} \Delta h$ e vá para o <i>Passo 2</i> .
<i>Passo 5.</i>	Faça $h_i \leftarrow h$ e pare. O valor de h_i é a altura correspondente ao diâmetro d_i .

*O número n de casas decimais desejadas no arredondamento é predefinido, sendo utilizadas usualmente uma casa decimal quando d_i é dado em centímetros e duas casas decimais quando h_i é dada em metros. Quanto menor for o número de casas decimais mais rápida será a convergência do algoritmo.

Anexo C. PADRÕES DE CORTE GERADOS ATRAVÉS DO MGPC

- Detalhe dos produtos retirados em cada tora para cada um dos padrões potenciais gerados.

Padrão de corte	Produtos retirados segundo o padrão de corte na tora ...																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3	3
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3	3	3
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3	3	3	3
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3
37	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	3
44	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3	3	3	3	3
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3
46	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
47	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3
48	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3
49	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
50	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
51	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	3
52	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3
53	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	3	3
54	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3
55	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
56	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
57	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
58	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
59	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
60	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
61	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
62	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3

- Detalhe dos comprimentos cumulativos utilizados até cada tora para cada um dos padrões de corte potenciais gerados através do MGPC. Os valores sombreados no corpo da tabela indicam comprimentos inexistentes; ou seja os padrões de corte inactíveis.

Padrão de corte	Comprimentos úteis cumulativos utilizados até a tora ...																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	56	59,5
2	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	56	58,25
3	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	56	57,2
4	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	54,75	57
5	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	54,75	55,95
6	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	52,5	53,7	54,9
7	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	51,25	53,5	55,75
8	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	51,25	53,5	54,7
9	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	51,25	52,45	53,65
10	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	49	50,2	51,4	52,6
11	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	47,75	50	52,25	54,5
12	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	47,75	50	52,25	53,45
13	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	47,75	50	51,2	52,4
14	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	47,75	48,95	50,15	51,35
15	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	45,5	46,7	47,9	49,1	50,3
16	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	44,25	46,5	48,75	51	53,25
17	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	44,25	46,5	48,75	51	52,2
18	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	44,25	46,5	48,75	49,95	51,15
19	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	44,25	46,5	47,7	48,9	50,1
20	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	44,25	45,45	46,65	47,85	49,05
21	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	42	43,2	44,4	45,6	46,8	48
22	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	43	45,25	47,5	49,75	52
23	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	43	45,25	47,5	49,75	50,95
24	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	43	45,25	47,5	48,7	49,9
25	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	43	45,25	46,45	47,65	48,85
26	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	43	44,2	45,4	46,6	47,8
27	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	40,75	41,95	43,15	44,35	45,55	46,75
28	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	38,5	39,7	40,9	42,1	43,3	44,5	45,7
29	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	41,75	44	46,25	48,5	50,75
30	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	41,75	44	46,25	48,5	49,7
31	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	41,75	44	46,25	47,45	48,65
32	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	41,75	44	45,2	46,4	47,6
33	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	41,75	42,95	44,15	45,35	46,55
34	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	39,5	40,7	41,9	43,1	44,3	45,5
35	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	37,25	38,45	39,65	40,85	42,05	43,25	44,45
36	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	35	36,2	37,4	38,6	39,8	41	42,2	43,4
37	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	40,5	42,75	45	47,25	49,5
38	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	40,5	42,75	45	47,25	48,45
39	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	40,5	42,75	45	46,2	47,4
40	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	40,5	42,75	43,95	45,15	46,35
41	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	40,5	41,7	42,9	44,1	45,3
42	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	38,25	39,45	40,65	41,85	43,05	44,25
43	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	36	37,2	38,4	39,6	40,8	42	43,2
44	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	33,75	34,95	36,15	37,35	38,55	39,75	40,95	42,15
45	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	31,5	32,7	33,9	35,1	36,3	37,5	38,7	39,9	41,1
46	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	39,25	41,5	43,75	46	48,25
47	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	39,25	41,5	43,75	46	47,2
48	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	39,25	41,5	43,75	44,95	46,15
49	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	39,25	41,5	42,7	43,9	45,1
50	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	39,25	40,45	41,65	42,85	44,05
51	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	37	38,2	39,4	40,6	41,8	43
52	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	34,75	35,95	37,15	38,35	39,55	40,75	41,95
53	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	32,5	33,7	34,9	36,1	37,3	38,5	39,7	40,9
54	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	30,25	31,45	32,65	33,85	35,05	36,25	37,45	38,65	39,85
55	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	28	29,2	30,4	31,6	32,8	34	35,2	36,4	37,6	38,8
56	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	38	40,25	42,5	44,75	47
57	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	38	40,25	42,5	44,75	45,95
58	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	38	40,25	42,5	43,7	44,9
59	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	38	40,25	41,45	42,65	43,85
60	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	38	39,2	40,4	41,6	42,8
61	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	35,75	36,95	38,15	39,35	40,55	41,75
62	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	33,5	34,7	35,9	37,1	38,3	39,5	40,7
63	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	31,25	32,45	33,65	34,85	36,05	37,25	38,45	39,65

Padrão de corte	Comprimentos úteis cumulativos utilizados até a tora ...																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
64	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	29	30,2	31,4	32,6	33,8	35	36,2	37,4	38,6
65	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	26,75	27,95	29,15	30,35	31,55	32,75	33,95	35,15	36,35	37,55
66	3,5	7	10,5	14	17,5	21	24,5	25,7	26,9	28,1	29,3	30,5	31,7	32,9	34,1	35,3	36,5
67	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	36,75	39	41,25	43,5	45,75
68	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	36,75	39	41,25	43,5	44,7
69	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	36,75	39	41,25	42,45	43,65
70	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	36,75	39	40,2	41,4	42,6
71	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	36,75	37,95	39,15	40,35	41,55
72	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	34,5	35,7	36,9	38,1	39,3	40,5
73	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	32,25	33,45	34,65	35,85	37,05	38,25	39,45
74	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	30	31,2	32,4	33,6	34,8	36	37,2	38,4
75	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	27,75	28,95	30,15	31,35	32,55	33,75	34,95	36,15	37,35
76	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	25,5	26,7	27,9	29,1	30,3	31,5	32,7	33,9	35,1	36,3
77	3,5	7	10,5	14	17,5	21	23,25	24,45	25,65	26,85	28,05	29,25	30,45	31,65	32,85	34,05	35,25
78	3,5	7	10,5	14	17,5	21	22,2	23,4	24,6	25,8	27	28,2	29,4	30,6	31,8	33	34,2
79	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	35,5	37,75	40	42,25	44,5
80	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	35,5	37,75	40	42,25	43,45
81	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	35,5	37,75	40	41,2	42,4
82	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	35,5	37,75	38,95	40,15	41,35
83	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	35,5	36,7	37,9	39,1	40,3
84	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	33,25	34,45	35,65	36,85	38,05	39,25
85	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	31	32,2	33,4	34,6	35,8	37	38,2
86	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	28,75	29,95	31,15	32,35	33,55	34,75	35,95	37,15
87	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	26,5	27,7	28,9	30,1	31,3	32,5	33,7	34,9	36,1
88	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	24,25	25,45	26,65	27,85	29,05	30,25	31,45	32,65	33,85	35,05
89	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	22	23,2	24,4	25,6	26,8	28	29,2	30,4	31,6	32,8	34
90	3,5	7	10,5	14	17,5	19,75	20,95	22,15	23,35	24,55	25,75	26,95	28,15	29,35	30,55	31,75	32,95
91	3,5	7	10,5	14	17,5	18,7	19,9	21,1	22,3	23,5	24,7	25,9	27,1	28,3	29,5	30,7	31,9
92	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	34,25	36,5	38,75	41	43,25
93	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	34,25	36,5	38,75	41	42,2
94	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	34,25	36,5	38,75	39,95	41,15
95	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	34,25	36,5	37,7	38,9	40,1
96	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	34,25	35,45	36,65	37,85	39,05
97	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	32	33,2	34,4	35,6	36,8	38
98	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	29,75	30,95	32,15	33,35	34,55	35,75	36,95
99	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	27,5	28,7	29,9	31,1	32,3	33,5	34,7	35,9
100	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	25,25	26,45	27,65	28,85	30,05	31,25	32,45	33,65	34,85
101	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	23	24,2	25,4	26,6	27,8	29	30,2	31,4	32,6	33,8
102	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	20,75	21,95	23,15	24,35	25,55	26,75	27,95	29,15	30,35	31,55	32,75
103	3,5	7	10,5	14	16,25	18,5	19,7	20,9	22,1	23,3	24,5	25,7	26,9	28,1	29,3	30,5	31,7
104	3,5	7	10,5	14	16,25	17,45	18,65	19,85	21,05	22,25	23,45	24,65	25,85	27,05	28,25	29,45	30,65
105	3,5	7	10,5	14	15,2	16,4	17,6	18,8	20	21,2	22,4	23,6	24,8	26	27,2	28,4	29,6
106	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	33	35,25	37,5	39,75	42
107	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	33	35,25	37,5	39,75	40,95
108	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	33	35,25	37,5	38,7	39,9
109	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	33	35,25	36,45	37,65	38,85
110	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	33	34,2	35,4	36,6	37,8
111	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	30,75	31,95	33,15	34,35	35,55	36,75
112	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	28,5	29,7	30,9	32,1	33,3	34,5	35,7
113	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	26,25	27,45	28,65	29,85	31,05	32,25	33,45	34,65
114	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	24	25,2	26,4	27,6	28,8	30	31,2	32,4	33,6
115	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	21,75	22,95	24,15	25,35	26,55	27,75	28,95	30,15	31,35	32,55
116	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	19,5	20,7	21,9	23,1	24,3	25,5	26,7	27,9	29,1	30,3	31,5
117	3,5	7	10,5	12,75	15	17,25	18,45	19,65	20,85	22,05	23,25	24,45	25,65	26,85	28,05	29,25	30,45
118	3,5	7	10,5	12,75	15	16,2	17,4	18,6	19,8	21	22,2	23,4	24,6	25,8	27	28,2	29,4
119	3,5	7	10,5	12,75	13,95	15,15	16,35	17,55	18,75	19,95	21,15	22,35	23,55	24,75	25,95	27,15	28,35
120	3,5	7	10,5	11,7	12,9	14,1	15,3	16,5	17,7	18,9	20,1	21,3	22,5	23,7	24,9	26,1	27,3
121	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	31,75	34	36,25	38,5	40,75
122	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	31,75	34	36,25	38,5	39,7
123	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	31,75	34	36,25	37,45	38,65
124	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	31,75	34	35,2	36,4	37,6
125	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	31,75	32,95	34,15	35,35	36,55
126	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	29,5	30,7	31,9	33,1	34,3	35,5
127	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	27,25	28,45	29,65	30,85	32,05	33,25	34,45
128	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	25	26,2	27,4	28,6	29,8	31	32,2	33,4
129	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	22,75	23,95	25,15	26,35	27,55	28,75	29,95	31,15	32,35
130	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	20,5	21,7	22,9	24,1	25,3	26,5	27,7	28,9	30,1	31,3
131	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	18,25	19,45	20,65	21,85	23,05	24,25	25,45	26,65	27,85	29,05	30,25
132	3,5	7	9,25	11,5	13,75	16	17,2	18,4	19,6	20,8	22	23,2	24,4	25,6	26,8	28	29,2

Padrão de corte	Comprimentos úteis cumulativos utilizados até a tora ...																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
133	3,5	7	9,25	11,5	13,75	14,95	16,15	17,35	18,55	19,75	20,95	22,15	23,35	24,55	25,75	26,95	28,15
134	3,5	7	9,25	11,5	12,7	13,9	15,1	16,3	17,5	18,7	19,9	21,1	22,3	23,5	24,7	25,9	27,1
135	3,5	7	9,25	10,45	11,65	12,85	14,05	15,25	16,45	17,65	18,85	20,05	21,25	22,45	23,65	24,85	26,05
136	3,5	7	8,2	9,4	10,6	11,8	13	14,2	15,4	16,6	17,8	19	20,2	21,4	22,6	23,8	25
137	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	30,5	32,75	35	37,25	39,5
138	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	30,5	32,75	35	37,25	38,45
139	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	30,5	32,75	35	36,2	37,4
140	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	30,5	32,75	33,95	35,15	36,35
141	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	30,5	31,7	32,9	34,1	35,3
142	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	28,25	29,45	30,65	31,85	33,05	34,25
143	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	26	27,2	28,4	29,6	30,8	32	33,2
144	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	23,75	24,95	26,15	27,35	28,55	29,75	30,95	32,15
145	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	21,5	22,7	23,9	25,1	26,3	27,5	28,7	29,9	31,1
146	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	19,25	20,45	21,65	22,85	24,05	25,25	26,45	27,65	28,85	30,05
147	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	17	18,2	19,4	20,6	21,8	23	24,2	25,4	26,6	27,8	29
148	3,5	5,75	8	10,25	12,5	14,75	15,95	17,15	18,35	19,55	20,75	21,95	23,15	24,35	25,55	26,75	27,95
149	3,5	5,75	8	10,25	12,5	13,7	14,9	16,1	17,3	18,5	19,7	20,9	22,1	23,3	24,5	25,7	26,9
150	3,5	5,75	8	10,25	11,45	12,65	13,85	15,05	16,25	17,45	18,65	19,85	21,05	22,25	23,45	24,65	25,85
151	3,5	5,75	8	9,2	10,4	11,6	12,8	14	15,2	16,4	17,6	18,8	20	21,2	22,4	23,6	24,8
152	3,5	5,75	6,95	8,15	9,35	10,55	11,75	12,95	14,15	15,35	16,55	17,75	18,95	20,15	21,35	22,55	23,75
153	3,5	4,7	5,9	7,1	8,3	9,5	10,7	11,9	13,1	14,3	15,5	16,7	17,9	19,1	20,3	21,5	22,7
154	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	29,25	31,5	33,75	36	38,25
155	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	29,25	31,5	33,75	36	37,2
156	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	29,25	31,5	33,75	34,95	36,15
157	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	29,25	31,5	32,7	33,9	35,1
158	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	29,25	30,45	31,65	32,85	34,05
159	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	27	28,2	29,4	30,6	31,8	33
160	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	24,75	25,95	27,15	28,35	29,55	30,75	31,95
161	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	22,5	23,7	24,9	26,1	27,3	28,5	29,7	30,9
162	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	20,25	21,45	22,65	23,85	25,05	26,25	27,45	28,65	29,85
163	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	18	19,2	20,4	21,6	22,8	24	25,2	26,4	27,6	28,8
164	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	15,75	16,95	18,15	19,35	20,55	21,75	22,95	24,15	25,35	26,55	27,75
165	2,25	4,5	6,75	9	11,25	13,5	14,7	15,9	17,1	18,3	19,5	20,7	21,9	23,1	24,3	25,5	26,7
166	2,25	4,5	6,75	9	11,25	12,45	13,65	14,85	16,05	17,25	18,45	19,65	20,85	22,05	23,25	24,45	25,65
167	2,25	4,5	6,75	9	10,2	11,4	12,6	13,8	15	16,2	17,4	18,6	19,8	21	22,2	23,4	24,6
168	2,25	4,5	6,75	7,95	9,15	10,35	11,55	12,75	13,95	15,15	16,35	17,55	18,75	19,95	21,15	22,35	23,55
169	2,25	4,5	5,7	6,9	8,1	9,3	10,5	11,7	12,9	14,1	15,3	16,5	17,7	18,9	20,1	21,3	22,5
170	2,25	3,45	4,65	5,85	7,05	8,25	9,45	10,65	11,85	13,05	14,25	15,45	16,65	17,85	19,05	20,25	21,45
171	1,2	2,4	3,6	4,8	6	7,2	8,4	9,6	10,8	12	13,2	14,4	15,6	16,8	18	19,2	20,4

Anexo D. EXEMPLO DA GERAÇÃO DOS NÚMEROS ÚTEIS

A partir do pseudocódigo do algoritmo de geração dos números úteis, descrito oportunamente no corpo de texto, foram gerados os números úteis correspondentes ao exemplo detalhado abaixo.

Passo 1. Calcule $\beta = \min\{l_i, i = 1, 2, \dots, m\}$. Defina $U^{(m+1)} = F^{(m+1)} = \{0\}$, e faça $k = m$.
Passo 2. Calcule $F^{(k)} = \{u + j * l_k; u \in U^{(k+1)}, j = 1, 2, \dots, \text{e } L - (u + j * l_k) \geq \beta\}$
Passo 3. Faça $U^{(k)} = F^{(k)} \cup U^{(k+1)}$. Remova quaisquer números equivalentes de $U^{(k)}$.
Passo 4. Se $k > 1$, faça $k \leftarrow k - 1$ e vá para o *Passo 2*. Caso contrário, pare.
 $U^{(1)}$ contém a lista dos números úteis gerados.

Seja um fuste de altura total $h = 24,15$ m e comprimento útil $L = 20,40$ m, obtido ao eliminar 0,20 m da base devido ao toco e 3,55 m do extremo devido à perda por ponta fina. Os $m = 3$ produtos diferentes que devem ser obtidos do talhão em questão, do qual o fuste utilizado como exemplo faz parte, possuem os seguintes comprimentos: $l_1 = 1,20$ m, $l_2 = 2,25$ m, $l_3 = 3,50$ m. Segundo a nomenclatura do pseudocódigo tem-se:

$$L = 20,40$$

$$\beta = \min\{1,20; 2,25; 3,50\} = 1,20$$

$$m = 3$$

$$F^4 = 0,00;$$

$$U^4 = 0,00;$$

$$F^3 = 3,50; 7,00; 10,50; 14,00; 17,50$$

$$U^3 = 0,00; 3,50; 7,00; 10,50; 14,00; 17,50$$

$$F^2 = 2,25; 4,50; 5,75; 6,75; 8,00; 9,00; 9,25; 10,25; 11,25; 11,50; 12,50; 12,75; 13,50; 13,75; 14,75; 15,00; 15,75; 16,00; 16,25; 17,00; 17,25; 18,00; 18,25; 18,50$$

$$U^2 = 0,00; 2,25; 3,50; 4,50; 5,75; 6,75; 7,00; 8,00; 9,00; 9,25; 10,25; 10,50; 11,25; 11,50; 12,50; 12,75; 13,50; 13,75; 14,00; 14,75; 15,00; 15,75; 16,00; 16,25; 17,00; 17,25; 17,50; 18,00; 18,25; 18,50$$

$$F^1 = 1,20; 2,40; 3,45; 3,60; 4,65; 4,70; 4,80; 5,70; 5,85; 5,90; 6,00; 6,90; 6,95; 7,05; 7,10; 7,20; 7,95; 8,10; 8,15; 8,20; 8,25; 8,30; 8,40; 9,15; 9,20; 9,30; 9,35; 9,40; 9,45; 9,50; 9,60; 10,20; 10,35; 10,40; 10,45; 10,50; 10,55; 10,60; 10,65; 10,70; 10,80; 11,40; 11,45; 11,55; 11,60; 11,65; 11,70; 11,75; 11,80; 11,85; 11,90; 12,00; 12,45; 12,60; 12,65; 12,70; 12,75; 12,80; 12,85; 12,90; 12,95; 13,00; 13,05; 13,10; 13,20; 13,65; 13,70; 13,80; 13,85; 13,90; 13,95; 14,00; 14,05; 14,10; 14,15; 14,20; 14,25; 14,30; 14,40; 14,70; 14,85; 14,90; 14,95; 15,00; 15,05; 15,10; 15,15; 15,20; 15,25; 15,30; 15,35; 15,40; 15,45; 15,50; 15,60; 15,90; 15,95; 16,05; 16,10; 16,15; 16,20; 16,25; 16,30; 16,35; 16,40; 16,45; 16,50; 16,55; 16,60; 16,65; 16,70; 16,80; 16,95; 17,10; 17,15; 17,20; 17,25; 17,30; 17,35; 17,40; 17,45; 17,50; 17,55; 17,60; 17,65; 17,70; 17,75; 17,80; 17,85; 17,90; 18,00; 18,15; 18,20; 18,30; 18,35; 18,40; 18,45; 18,50;$$

18,55; 18,60; 18,65; 18,70; 18,75; 18,80; 18,85; 18,90; 18,95; 19,00; 19,05; 19,10; 19,20; 20,40;
 $U^1 =$ 0,00; 1,20; 2,25; 2,40; 3,45; 3,50; 3,60; 4,50; 4,65; 4,70; 4,80; 5,70; 5,75; 5,85; 5,90; 6,00; 6,75; 6,90; 6,95; 7,00; 7,05; 7,10; 7,20; 7,95; 8,00; 8,10; 8,15; 8,20; 8,25; 8,30; 8,40; 9,00; 9,15; 9,20; 9,25; 9,30; 9,35; 9,40; 9,45; 9,50; 9,60; 10,20; 10,25; 10,35; 10,40; 10,45; 10,50; 10,55; 10,60; 10,65; 10,70; 10,80; 11,25; 11,40; 11,45; 11,50; 11,55; 11,60; 11,65; 11,70; 11,75; 11,80; 11,85; 11,90; 12,00; 12,45; 12,50; 12,60; 12,65; 12,70; 12,75; 12,80; 12,85; 12,90; 12,95; 13,00; 13,05; 13,10; 13,20; 13,50; 13,65; 13,70; 13,75; 13,80; 13,85; 13,90; 13,95; 14,00; 14,05; 14,10; 14,15; 14,20; 14,25; 14,30; 14,40; 14,70; 14,75; 14,85; 14,90; 14,95; 15,00; 15,05; 15,10; 15,15; 15,20; 15,25; 15,30; 15,35; 15,40; 15,45; 15,50; 15,60; 15,75; 15,90; 15,95; 16,00; 16,05; 16,10; 16,15; 16,20; 16,25; 16,30; 16,35; 16,40; 16,45; 16,50; 16,55; 16,60; 16,65; 16,70; 16,80; 16,95; 17,00; 17,10; 17,15; 17,20; 17,25; 17,30; 17,35; 17,40; 17,45; 17,50; 17,55; 17,60; 17,65; 17,70; 17,75; 17,80; 17,85; 17,90; 18,00; 18,15; 18,20; 18,25; 18,30; 18,35; 18,40; 18,45; 18,50; 18,55; 18,60; 18,65; 18,70; 18,75; 18,80; 18,85; 18,90; 18,95; 19,00; 19,05; 19,10; 19,20; 20,40;

O vetor F^3 contém os cortes possíveis de serem realizados no fuste considerando apenas o produto de maior comprimento ($l_3 = 3,50$ m). É assim que surgem opções de corte aos 3,50; 7,00; 10,50; 14,00 e 17,50. O corte seguinte deveria ser realizado aos $(17,50 + 3,50) = 21,00$ m, ponto que não existe no comprimento útil do fuste considerado, que é de 20,40 m. A união deste vetor F^3 com o vetor U^4 gera o novo vetor U^3 , do qual devem ser removidos os eventuais números úteis duplicados que vierem a aparecer.

Na seqüência, o vetor F^2 contém os cortes possíveis de serem realizados no fuste considerando os dois produtos de maiores comprimentos ($l_2 = 2,25$ m e $l_3 = 3,50$ m). Pode-se observar que, além dos cortes obtidos considerando estes produtos isoladamente – 2,25; 4,50; 6,75; ... para $l_2 = 2,25$ m, e 3,50; 7,00; 10,50; ..., para $l_3 = 3,50$ m – surgem as diferentes opções de combinar estes dois produtos ao longo do fuste, como 5,75 m ($2,25 + 3,50$), 8,00 m ($2,25 + 2,25 + 3,50$), e assim por diante. A união deste novo vetor F^2 com o anterior vetor U^3 gera o novo vetor U^2 , do qual são removidos os números úteis duplicados.

O procedimento se repete da maneira descrita acima até atingir o último produto da lista ($k = 1$). O último vetor U^1 contém o conjunto total de números úteis gerados para o fuste em questão em função da lista dos produtos passíveis de serem obtidos. Pode-se observar que neste vetor U^1 aparece o comprimento útil (20,40 m), indicando que um corte realizado no fuste aos 20,40 m pode gerar um novo padrão de sortimento. O comprimento útil não necessariamente deve aparecer como um número útil nos fustes como é o caso do presente exemplo, onde esta opção é possível ao considerarmos, por exemplo, 17 toras de 1,20 m. Analogamente, o primeiro número útil gerado indica que, se bem aos 0,00 m nenhum volume é produzido no fuste, é o ponto de partida para a série de números úteis gerada, e pode ser interpretado como a opção, indesejável por certo, de derrubar a árvore sem traçá-la nem utilizá-la. Este número útil pode ser excluído da lista sem maiores inconvenientes.

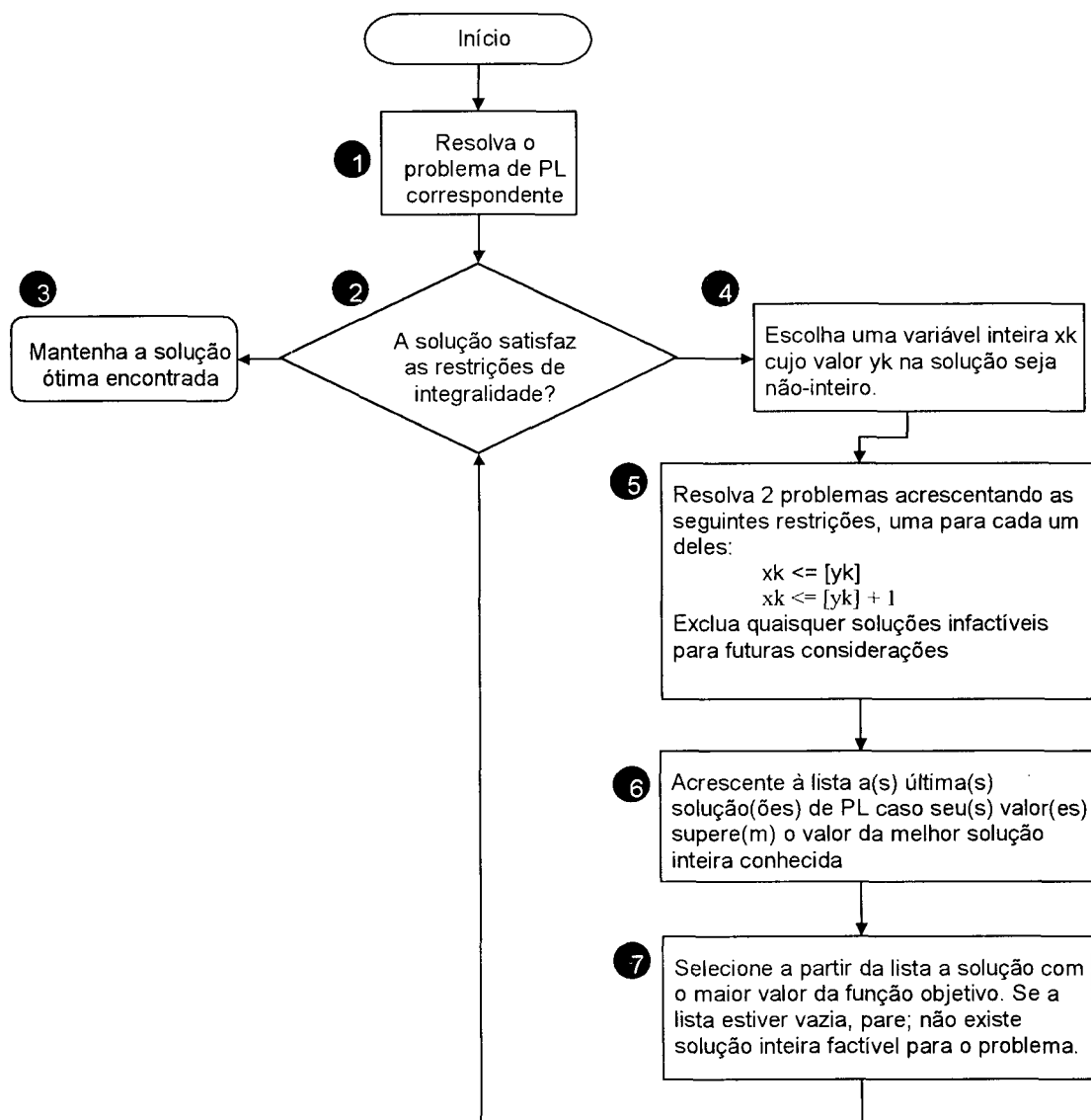
Anexo E. PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

A necessidade de considerar variáveis inteiras (0, 1, 2, etc.) nos problemas de PL surgiu diante da impossibilidade de resolvê-los através do arredondamento das variáveis contínuas utilizadas pelo método Simplex. A Programação Linear Inteira (PLI) trata da resolução deste tipo de problemas, e o algoritmo mais utilizado na atualidade, tanto para problemas de PLI pura como mista (PLIM), é o “*branch-and-bound*”. Afortunadamente vários pacotes comerciais dispõem deste algoritmo implementado (Industrial LINDO/PC®, LINGO, QSB+, Tora).

A seguir será descrito o algoritmo “*branch-and-bound*” (ver fluxograma da página seguinte). Inicialmente deve ser obtida a solução ótima não-inteira do problema, ou seja, ignorando as condições de integralidade (❶). Logo é considerada uma variável cujo valor na solução ótima seja fracionário (❷). Existem duas possibilidades:

1. A variável não deve exceder o valor inteiro inferior, ou
2. A variável deve ser igual ou maior do que o inteiro superior.

Conforme estas duas possibilidades, as correspondentes restrições são adicionadas ao modelo original, uma de cada vez, e o problema deve ser resolvido novamente através do método simplex (❸). Os valores resultantes da função objetivo e das restrições são armazenados em uma tabela, desde que o valor da função objetivo seja superior ao da melhor solução inteira encontrada até o momento (❹). Logo, a solução da tabela com o máximo valor da função objetivo é escolhida e removida da tabela (❺). Se esta solução satisfaz as restrições de integralidade (❻), ela é a solução ótima (❼). Caso contrário voltar ao passo ❷ e repetir novamente os passos ❸, ❹ e ❺. Se a tabela for esvaziada antes de encontrar alguma solução factível, então não existe solução inteira factível para o problema.

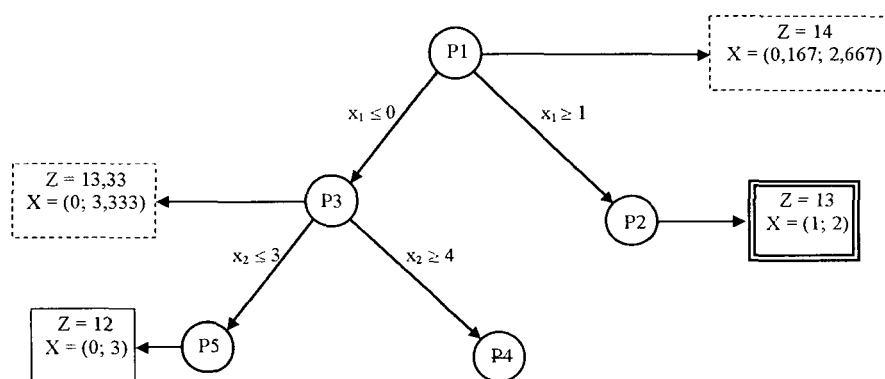


O algoritmo original desenvolvido por LAND e DOIG (1960) utilizava restrições de igualdade; a utilização de restrições de desigualdade foi introduzida por DAKIN (1965).

Como exemplo, o algoritmo “*branch-and-bound*” foi utilizado para resolver o problema:

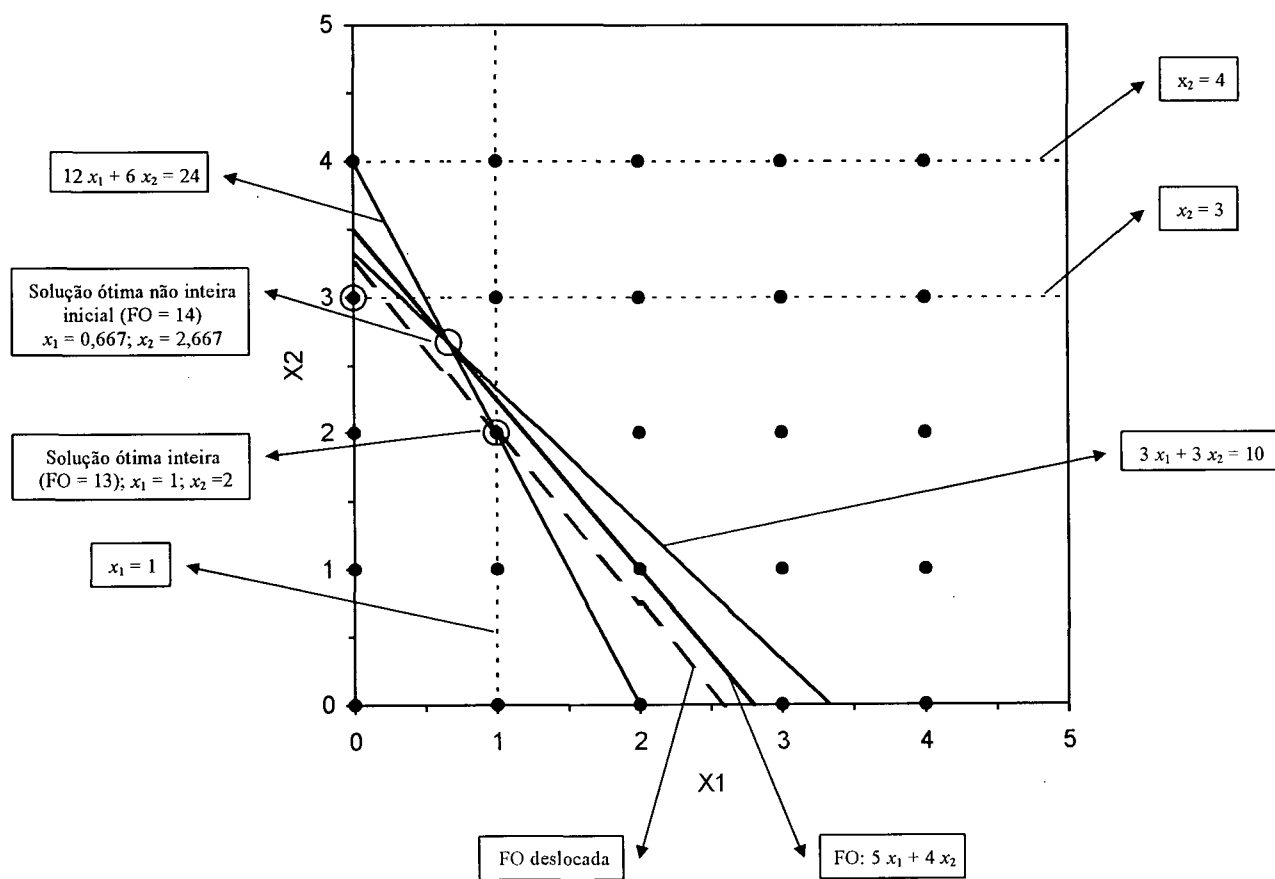
$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 5x_1 + 4x_2 \\
 \text{s.a. } 3x_1 + 3x_2 &\leq 10 \\
 12x_1 + 6x_2 &\leq 24 \\
 x_1, x_2 &\geq 0 \text{ e inteiros}
 \end{aligned}$$

Na figura abaixo são mostrados os diferentes subproblemas resolvidos sucessivamente pelo algoritmo “*branch-and-bound*” e suas soluções ótimas. As soluções não inteiras estão representadas por caixas de texto com linhas tracejadas (---), enquanto que as soluções inteiras estão representadas por caixas de texto com linhas cheias (—). A solução ótima inteira está demarcada com uma linha cheia dupla (===). O problema com o nome riscado (P4), indica que sua solução é infactível.



Pode-se observar que a solução obtida por arredondamento a partir da solução de PL inicial, ou seja com $x_1 = 0$ e $x_2 = 3$, representa um valor da função objetivo ($Z = 12$) inferior ao da verdadeira solução ótima inteira ($Z^* = 13$).

Na seguinte figura é realizada uma interpretação geométrica das restrições acrescentadas ao problema original com a finalidade de obter a solução inteira ótima através do algoritmo “*branch-and-bound*”. Os pontos pretos (●) indicam o conjunto de soluções inteiras, factíveis ou não, a serem potencialmente examinadas pelo algoritmo, enquanto que os pontos brancos (○) indicam as soluções ótimas obtidas, sejam estas inteiras ou não. Os pontos ⊙ indicam as soluções inteiras obtidas, das quais a ótima foi obtida ao resolver o problema P2 e confirmada ao resolver o problema P5 (ver árvore da figura anterior).



Anexo F. PROGRAMAÇÃO MULTI-OBJETIVO

A programação multiobjetivo (*Multi-Goal Programming*), como indicado pelo seu nome, visa a otimização conjunta de mais de um objetivo simultaneamente. Para tal fim, ao invés de utilizar uma função matemática que expresse diretamente o objetivo a ser otimizado, os diferentes objetivos são estabelecidos como restrições em um modelo de PL, acrescidos de uma ou duas variáveis que meçam os desvios em mais ou em menos com respeito ao valor que se deseja atingir. Este valor deve constar no RHS da restrição. A função objetivo, que como em qualquer formulação de PL deve ser uma expressão única, é a minimização da soma de todos os desvios indesejados dos diferentes objetivos propostos.

A seguir é apresentada uma formulação genérica da programação multiobjetivo:

Minimize

$$d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n$$

Sujeito a:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n \pm d_1 \leq RHS_1$$

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n \pm d_2 \leq RHS_2$$

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n \pm d_3 \leq RHS_3$$

\vdots

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n \pm d_m \leq RHS_m$$

Anexo G. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA PARA O INDUSTRIAL LINDO/PC®

Nesta seção é descrita brevemente a estrutura do arquivo texto necessária para a resolução com o Industrial LINDO/PC®. Para a descrição foi utilizado o mesmo arquivo texto gerado através do Visual Basic para os testes do sistema SOSFlor, com 8.269 variáveis e 2.846 restrições. Por uma questão de espaço, o arquivo não foi apresentado na íntegra no seguinte quadro, mas os aspectos principais de sua estrutura foram mantidos.

```

PAGE 0
MAX      0.33 x0106020 + 0.53 x0107035 + 0.53 x0108031 + 0.98 x0108034
        + 0.69 x0108035 + 1.17 x0109051 + 1.63 x0109054 + 1.34 x0109055
        + 0.98 x0109056 + 1.95 x0110051 + 2.29 x0110053 + 2.01 x0110054
        + ... (ao todo são 8.013 variáveis contínuas) ... +
        + 1.84 x1611055 + 1.34 x1611056 + 2.06 x1612036 + 3.57 x1612046
        + 3.15 x1612050 + 3.15 x1612051 + 3.33 x1612052 + 3.02 x1612053
        + 2.64 x1612054 + 2.18 x1612055 + 1.59 x1612056
SUBJECT TO
        x0602001 <= 102
        x0703501 <= 102
        x0803101 + x0803401 + x0803501 <= 102
        x0905101 + x0905401 + x0905501 + x0905601 <= 306
        x1005101 + x1005301 + x1005401 + x1005501 + x1005601 <= 459
        ... (ao todo são 2.846 restrições) ...
        y0129 + y0229 + y0329 + y0429 + y0529 + y0629 + y0729 + y0829 <= 4
        y0130 + y0230 + y0330 + y0430 + y0530 + y0630 + y0730 + y0830 <= 4
        y0131 + y0231 + y0331 + y0431 + y0531 + y0631 + y0731 + y0831 <= 4
        y0132 + y0232 + y0332 + y0432 + y0532 + y0632 + y0732 + y0832 <= 4
END
        INT y0101
        INT y0201
        INT y0301
        ... (ao todo são 256 declarações de variáveis binárias) ...
        INT y0632
        INT y0732
        INT y0832
TERSE
IPTOL 0.01
GO 100000000
SDBC C:\SOSFlor\DADOSOUT.LTX
DIVERT C:\SOSFlor\COLOUT.TXT
CPRI N P : P > 0
RVRT
DIVERT C:\SOSFlor\ROWOUT.TXT
RPRI N P
RVRT
QUIT

```

No quadro anterior pode-se observar que o problema começa com a declaração da FO (a partir da palavra **MAX** ou **MIN** segundo o caso), seguida da expressão que representa as variáveis e seus respectivos coeficientes. Neste caso, as variáveis x_{ijk} representam o número de árvores do talhão i , classe diamétrica j , traçadas segundo o padrão de corte k . Na nomenclatura do LINDO o nome das variáveis deve começar com uma letra e ter no máximo 8 caracteres. Portanto, foi utilizado genericamente o nome $xiijjkkk$ para denotar o número de árvores do talhão ii , classe diamétrica jj , traçadas segundo o padrão kkk . Ou seja, que a variável $x0106020$ indica o número de árvores do talhão 01, classe diamétrica 06, traçadas segundo o padrão de corte 020, gerando uma receita de R\$ 0,33 por árvore; já a variável $x1612046$ indica o número de árvores do talhão 16, classe diamétrica 12, traçadas segundo o padrão de corte 046, gerando uma receita de R\$ 3,57 por árvore. Pode-se observar que a variável $x1612056$ difere da variável $x1612046$ apenas no padrão de corte aplicado às árvores do talhão 16, classe diamétrica 12, sendo que a receita por árvore decorrente do padrão de corte 046 é de R\$ 3,57, caindo para R\$ 1,59 ao aplicar o padrão de corte 056.

O começo das restrições é marcado pelas palavras **SUBJECT TO** (ST ou S.T.). A seguir devem ser listadas todas as restrições, sendo que cada uma delas deve conter uma expressão contando variáveis, um sinal (\leq , $=$, \geq), e uma constante, que normalmente é chamada de RHS (*Right Hand Side*). A primeira restrição ($x0602001 \leq 102$), por exemplo, indica que o número de árvores da classe diamétrica 06 traçadas segundo o padrão de corte 020 do talhão 01 deve no máximo ser igual (\leq) à sua frequência, que é de 102 árvores (2 árvores por hectare, e a área do talhão 01 é de 51 ha). Neste caso, devido ao pequeno tamanho das árvores desta classe, apenas um padrão de corte é factível de ser obtido. Já a quinta restrição ($x0110051 + x0110053 + x0110054 + x0110055 + x0110056 \leq 459$) indica que a soma de todas as árvores do talhão 01, da classe diamétrica, traçadas segundo quaisquer dos

padrões de corte 051, 053, 054, 055 e 056, não deve superar a frequência da classe na totalidade da área do talhão, que é de 459 árvores (9 árvores por hectare em 51 ha).

O término da listagem de todas as restrições do problema é indicado pela palavra **END**, e neste ponto o LINDO já está pronto para resolver o problema como sendo de PL. Porém, como no caso estudado foram utilizadas variáveis binárias, após a palavra **END** são declaradas aquelas variáveis que devem ser tratadas como binárias (y_{il}), através do comando **INT**. Tem-se assim que a variável y_{0101} , que indica se do talhão $i = 1$ é retirado o produto $l = 1$ na solução ótima, é declarada como **INT** y_{0101} . De maneira análoga devem ser declaradas todas as demais variáveis binárias, totalizando $32 \times 8 = 256$ declarações.

Os comandos que seguem à declaração das variáveis binárias são próprios do programa LINDO, e possuem as funções indicadas no seguinte quadro:

Comando	Função
TERSE	Suprime o relatório padrão da otimização (melhora o desempenho).
IPTOL	Estabelece um valor de tolerância (f) para a solução inteira. Desta maneira, no processo “ <i>branch-and-bound</i> ” não são examinadas aquelas soluções não-inteiras cujo valor ótimo não supere em pelo menos $100*f$ o valor da melhor solução inteira encontrada. Esta opção pode contribuir significativamente na redução do tempo computacional.
GO 100000000	Resolve o problema – Executa a otimização. No caso foi utilizado o valor de 10^8 para indicar que o LINDO deve realizar até 100 milhões de iterações na busca da solução ótima.
SDBC	Guarda a solução ótima em formato de colunas/banco de dados.
DIVERT	Cria um arquivo para armazenar a solução (Para cada tipo de relatório deve ser criado um arquivo independente – variáveis, restrições, etc. –).
CPRI	Obtém informações selecionadas pelo usuário com respeito às colunas do modelo (os parâmetros $/N \ P : \ P > 0$ são utilizados para armazenar o nome e o valor ótimo daquelas variáveis positivas na solução ótima).
RPRI	Obtém informações selecionadas pelo usuário com respeito às linhas do modelo (os parâmetros $/N \ P$ são utilizados para armazenar o número de cada restrição e seu preço sombra).
RVRT	Fecha o arquivo onde foi armazenada a solução.
QUIT	Fecha o programa LINDO e retorna o controle ao programa que o chamou. No caso, o LINDO foi acionado através do comando <i>shell</i> do Visual Basic.

Fonte: LINDO Systems, Inc., 1996.